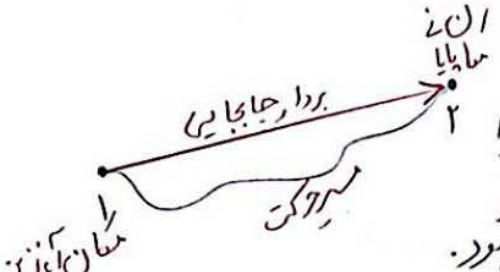
فصل اول فیزیک دوازدهم تجربی: حرکت بر خط راست

حرکت شناسی یا سینماتیک

تعریف مفاهیم و کمیت های مرتبط با حرکت:



* جابجایی: پاره خط جهت داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می کند بردار جابجایی نامیده می شود.

و آن را با نماد $\vec{d}$ نشان می دهیم.

حواستون باشه!!! جابجایی اصلاً به مسیر حرکت ربطی ندارد و فقط نقطه ابتدا را به نقطه انتهای حرکت وصل می کند

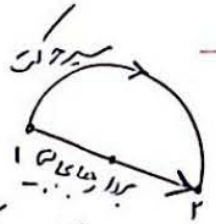
* مسافت: طول مسیری که متحرک می پیماید را مسافت می گوییم و آن را با نماد L نشان می دهیم

* نکته: ① جابجایی یک کمیت برداری است ولی مسافت یک کمیت نرده ای (اسکالر) است

② مقدار جابجایی همیشه کمتر یا مساوی مسافت است: $d \leq L$

③ هرگاه مسیر حرکت خط راست باشد و متحرک در طول مسیر تغییر جهت در حرکت ندهد اندازه طول مسیر (L) و اندازه جابجایی (d) برابر است $L = d$

مثال: متحرکی بر روی مسیر دایره ای شکل به شعاع 1m حرکت می کند جابجایی و مسافت پیموده شده از نقطه 1 به 2 را به دست آورید.



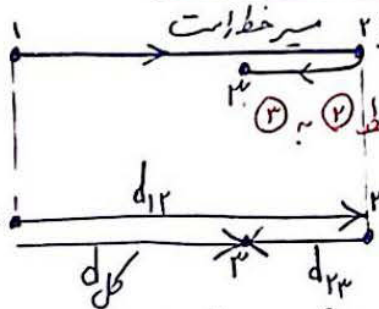
طول مسیر حرکت $= L = \frac{1}{2}(\text{محیط دایره}) = \frac{1}{2} \times 2\pi r = \pi \times 1 = 3.14\,m$

بردار جابجایی $= d = 2r = 2 \times 1 = 2\,m$

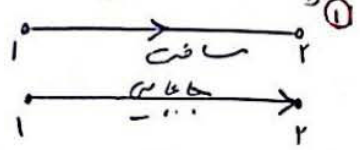
② فرد در نقطه 1 ایستاده و جهت حرکت خود را عوض کرده

مسافت = طول خط ① به ② + طول خط ② به ③

جابجایی کل از مسافت طی شده کمتر است

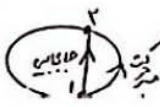


پرسش ۱ - ص ۲



اندازه مسافت و جابجایی برابر است

③ مسیر حرکت ماه به دور زمین یک دایره است و مسافت پیموده شده برابر طول این کمان می باشد



سرعت متوسط و تندی متوسط

سرعت متوسط = جابجایی / بازه زمانی $\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$

یکای سرعت و تندی در SI، متر بر ثانیه یا $\frac{m}{s}$

تندی متوسط = مسافت / بازه زمانی $\Rightarrow s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$

نکته: ① تفاوت سرعت و تندی مثل تفاوت جابجایی و مسافت است

av در پارامترهای تندی و سرعت متوسط از واژه انگلیسی average به معنی متوسط گرفته شده است

② سرعت کمیتی برداری و تندی کمیتی نرده‌ای است

③ تندی به مسیر بستگی دارد و سرعت مستقل از مسیر حرکت است

④ اندازه سرعت متوسط همواره کوچکتر یا مساوی تندی متوسط است $v_{av} \leq s_{av}$

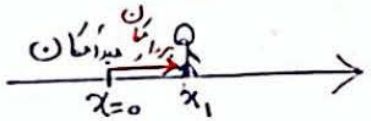
پرسش ۱-۲: اگر متحرکی بر خط راست حرکت کند و در حین حرکت به عقب بازنگردد اندازه سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است (در واقع هر جا جابجایی و مسافت یکی باشد)

نکته: حرکت می‌تواند در یک راستا (یک بُعدی) یا در صفحه (دوبعدی) یا در فضا (سه‌بعدی) باشد که در پایه دهم فقط حرکت در یک راستا (مانند محور x) را بررسی کرده‌ایم

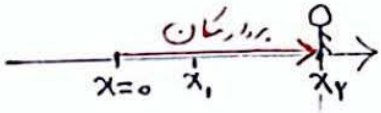
در حرکت بر روی خط راست نقطه‌ای را به عنوان مبدأ مکان انتخاب می‌کنیم

حواستون باشه مبدأ مکان لزوماً نقطه شروع حرکت نیست.

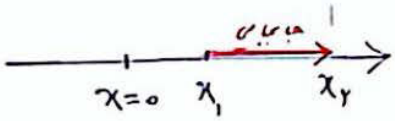
* تعریف بردار مکان: برداری است که مبدأ را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند



شخص در لحظه t_1 در مکان x_1 قرار دارد، بردار مکان شخص: $\vec{d}_1 = x_1 \hat{i}$



شخص در لحظه t_2 در مکان x_2 قرار دارد، بردار مکان شخص: $\vec{d}_2 = x_2 \hat{i}$



بردار جابجایی شخص در بازه زمانی t_1 تا t_2: $\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = x_2\hat{i} - x_1\hat{i}$

$\vec{d} = \Delta x \hat{i}$

در حرکت‌های یک‌بعدی در مواردی برای نشان دادن جابجایی از Δx به جای d استفاده می‌کنیم. در نتیجه رابطه سرعت متوسط در راستای محور x به صورت مقابل نوشته می‌شود.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i}$$

نکته: در کمیتهای برداری مانند جابجایی و سرعت علامت جبری (مثبت یا منفی) نشان دهنده جهت است

اگر $\Delta x > 0 \Leftarrow v > 0$ یعنی متحرک در جهت مثبت محور x جابجا شده است. (شکل الف)

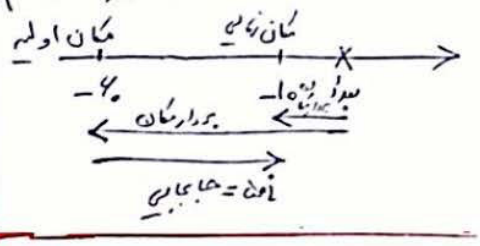
و اگر $\Delta x < 0 \Leftarrow v < 0$ یعنی متحرک در خلاف جهت محور x جابجا شده است (شکل ب)



مثال: متحرکی در لحظه $t_1 = 3s$ در مکان $x_1 \hat{i}$ و در لحظه $t_2 = 8s$ در مکان $-10 \hat{i}$ قرار دارد. اگر بردار سرعت متوسط آن $+10 \hat{i}$ باشد x_1 را به دست آورید و بردار مکان و جابجایی را روی شکل نمایش دهید.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} \rightarrow +10\hat{i} = \frac{\Delta x}{(8-3)}\hat{i} \rightarrow \Delta x = 50\,m$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow 50 = -10 - x_1 \Rightarrow x_1 = -60\,m$$



تمرین ۱-۱ صفحه

متحرک A: مکان آغازی $x_1 = -2m$ ، مکان پایانی $= 6.4m$

جابجایی $\Delta x = x_2 - x_1 = 6.4 - (-2) = 8.4\,m$

Δx و v مثبت ⇐ در جهت محور x ، جهت حرکت ، سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8.4}{4} = 2.1\,\frac{m}{s}$

متحرک B: $x_1 = ?$ ، $x_2 = -2.5\,m$ $\Delta x = -5.7\,m$ $\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow -5.7 = -2.5 - x_1 \Rightarrow x_1 = +3.1\,m$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{5.7}{4} = -1.4\,m/s \Rightarrow$ چون Δx و v منفی هستند جهت حرکت ، خلاف جهت محور x می باشد

متحرک C: $x_1 = 2\,m$ ، $x_2 = 1.7\,m \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 1.7 - 2 = -0.3\,m$

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-0.3}{4} = -0.075\,m/s \Rightarrow$ جهت حرکت در جهت محور x می باشد

متحرک D: $x_1 = -1.4\,m$ ، $x_2 = ?$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow 2.4 = \frac{\Delta x}{4} \rightarrow \Delta x = 2.4 \times 4 = 9.6\,m \rightarrow \Delta x = x_2 - x_1$$

$$9.6 = x_2 - (-1.4)$$

$$x_2 = 8.2\,m$$

چون Δx و v مثبت اند پس حرکت در جهت محور x می باشد

تندی لحظه‌ای: تندی متحرک در هر لحظه را تندی لحظه‌ای می‌نامیم و کمیتی نرده‌ای است و جهت ندارد

سرعت لحظه‌ای: هرگاه در تندارش تندی، به جهت حرکت نیز اشاره شود، آن‌گزارش سرعت لحظه‌ای است که کمیتی برداری می‌باشد.

مثال: خودرویی به‌طرف شمال در حرکت است در نقطه‌ای از مسیر، عقربه تندی سنج روی $100\frac{km}{h}$ می‌باشد

تندی لحظه‌ای خودرو $100\frac{km}{h}$ و سرعت لحظه‌ای $100\frac{km}{h}$ به‌طرف شمال است.

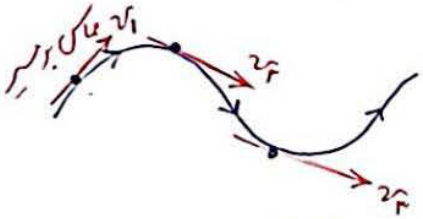
حواستون باشه!! هرجا فقط از واژه سرعت یا تندی به تنهایی استفاده کردن منظور سرعت یا تندی لحظه‌ایه.

نکته: عقربه تندی سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد و هیچ اطلاعی درباره جهت حرکت خودرو نمی‌دهد

بچه‌ها حتما توجه ص 9 کتاب رو خوب بخونید؛ تفاوت واژه لحظه در فیزیک و محاوره را توضیح می‌دهد

نکته: بردار سرعت (لحظه‌ای) همواره در جهت حرکت بوده و بر مسیر حرکت مماس است

شکل مقابل مسیر حرکت یک متحرک است که در چند نقطه از مسیر بردار سرعت آن رسم شده است



خیلی حالبه: در کمیت‌های برداری علاوه بر اندازه، منفی بودن نشان‌دهنده کوچکتر بودن نیست

مثلاً سرعت $-20\frac{m}{s}$ از $10\frac{m}{s}$ شتابش است نقطه سرعت $-20\frac{m}{s}$ یعنی متحرک در خلاف جهت x حرکت می‌کند و $+10\frac{m}{s}$ یعنی متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند در واقع علامت سرعت بیانگر جهت حرکت است

حرکت با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت)

① ساده‌ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است.

② در حرکت با سرعت ثابت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است

③ سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه، با سرعت لحظه‌ای برابر است در این صورت می‌نویسیم

$$v_{av} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = t$$

طرفین وسطین کن $\Delta x = v t$

$$x - x_0 = v t$$

$$x = v t + x_0$$

(معادله حرکت) معادله مکان - زمان حرکت یکنواخت:

- x: مکان در هر لحظه‌ای مثل t — متغیر
- v: سرعت که می‌تواند مثبت یا منفی باشد — متغیر
- t: متغیر
- x_0: مکان اولیه متحرک (مکان در لحظه $t=0$)
- x_0 می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد

فرض کن $\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = t \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = x_0 \\ x_2 = x \end{cases}$

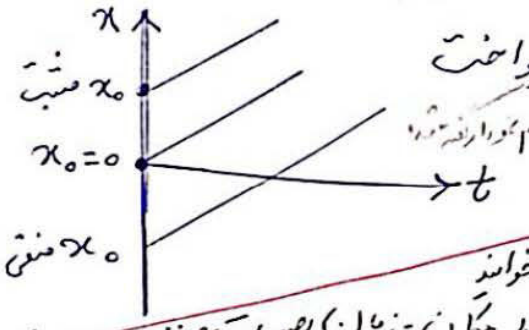
$\begin{cases} \Delta t = t_2 - t_1 \\ \Delta t = t - 0 \\ \Delta t = t \end{cases}$ $\begin{cases} \Delta x = x_2 - x_1 \\ \Delta x = x - x_0 \end{cases}$

توجه: در معادله مکان - زمان حرکت یکنواخت x_0 و v مقادیر ثابت معادله‌اند و x و t مقادیر متغیرند.

توجه: چون معادله مکان - زمان حرکت یکنواخت نسبت به متغیر زمان (t) درجه اول می‌باشد لذا نمودار مکان - زمان حرکت یکنواخت همواره خط راست رسم می‌شود.

(دقیقاً مانند معادله درجه اول ریاضی $y = ax + b$ که نمودار آن همواره خط راست می‌شود)

نمونه‌هایی از نمودار $x - t$ حرکت یکنواخت



*توجه: حرکت با سرعت ثابت تنها نوع حرکت نیست یعنی متحرکی که در ابتدا در خط راست حرکت می‌کند می‌تواند سرعتش را در زمان تغییر کند (در ادبیات که جنبه مثبت جلوتر می‌خوانند)

معادله مکان - زمان نیز نسبت به متغیر زمان درجه اول مثبت و نیز نمودار مکان - زمان به صورت مثبتی رسم می‌شود

در مجموع می‌خواهیم بررسی کنیم از روی نمودار مکان - زمان متحرک (چه خط راست باشد چه منحنی) چه کمیتی را می‌توان به دست آورد.

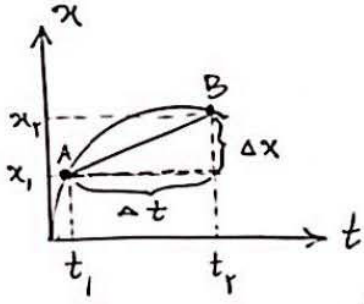
محاسبه سرعت از روی نمودار مکان - زمان

۱- محاسبه سرعت متوسط از روی نمودار مکان - زمان شکل الف (بحث ص ۷ تا ۹ ب)

۲- محاسبه سرعت لحظه‌ای از روی نمودار مکان - زمان شکل ب (بحث ص ۹ تا ۱۰ ب)

۱- سرعت متوسط از روی نمودار $x-t$

شیب خطی که از دو نقطه با مختصات معلوم (x,t) می‌گذرد برابر است با سرعت متوسط در بازه زمانی متناظر با آن دو نقطه.

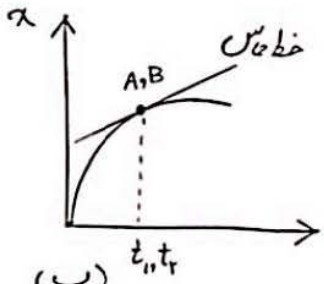


(الف)

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{تغییر مکان}}{\text{بازه زمانی}} = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av} = \text{شیب در ریاضی}$$

(دو نقطه A و B)

۲- سرعت لحظه‌ای از روی نمودار $x-t$



(ب)

حالا اگر Δt را کوچک کنیم نقاط A و B به یکدیگر نزدیک می‌شوند و Δt (بازه زمانی) به یک لحظه تبدیل می‌شود و نقاط A و B هم می‌رسند در اینحالت امتداد AB خط مماس بر منحنی $x-t$ بوده و شیب این خط برابر با سرعت لحظه‌ای است

نتیجه‌گیری: شیب خطی که از دو نقطه می‌گذرد در نمودار $x-t$ = سرعت متوسط

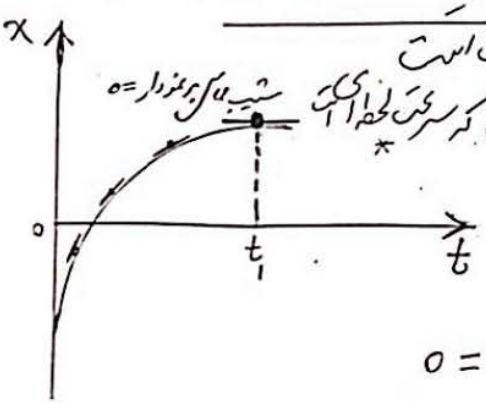
شیب خط مماس در یک نقطه بر منحنی $x-t$ = سرعت لحظه‌ای

نکته: هر چه شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ بیشتر باشد اندازه سرعت بیشتر است (مثال ۱-۷ ص ۱۰)

و مثبت یا منفی بودن شیب علامت سرعت را تعیین می‌کند که بیانگر جهت حرکت است

پرسش ۱-۵ ص ۱۰ باید بدانیم شیب نمودار $x-t$ معرف سرعت است

اما چون در تک تک لحظه‌ها خواسته نشده همان شیب مماس است که سرعت لحظه‌ای است



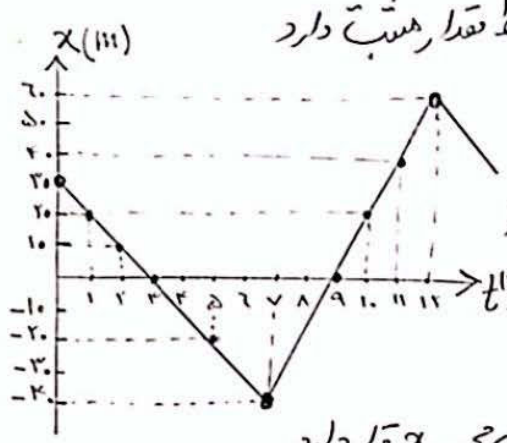
الف) چون شیب مماس بر منحنی $x-t$ در حال کم شدن است

پس سرعت رو به کاهش است

ب) شیب مماس در لحظه t_1 $\Rightarrow$ $0 = t_1$ سرعت در لحظه t_1 = ۰

مهسی

*** برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نمودار مکان - زمان ($x-t$) که مکان جسم را در هر لحظه نشان می‌دهد استفاده کرد، محور قائم این نمودار محور مکان (x) است که هم جهت مثبت و هم منفی دارد و محور افقی این نمودار محور زمان (t) است که فقط مقدار مثبت دارد



اخیراً از نمودار مکان - زمان می‌توانیم نتیجه بگیریم:

شکل روبه‌رو، نمودار مکان - زمان متحرکی که بر محور x حرکت می‌کند را نشان می‌دهد این نمودار همه اطلاعات حرکت جسم را در خود دارد که به بعضی موارد آن اشاره می‌کنیم:

*۱- هر نقطه از نمودار نشان می‌دهد که متحرک در هر لحظه در کجای محور x قرار دارد

مختصات x و t هر نقطه از نمودار را در جدول مقابل ببینید

$t(s)$	۰	۱	۲	۳	۵	۷	۹	۱۰	۱۱	۱۲
$x(m)$	۳۰	۲۰	۱۰	۰	-۲۰	-۴۰	۰	۲۰	۴۰	۶۰

*۲- در هر بازه زمانی دلخواه می‌توانیم تشخیص دهیم که متحرک چقدر جابجا شده است

مثال: متحرک در بازه زمانی ۲ تا ۱۱ ثانیه چقدر جابجا شده است؟

$$\begin{cases} t_1 = 2s & x_1 = 10m \\ t_2 = 11s & x_2 = 40m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 40 - 10 = 30m$$

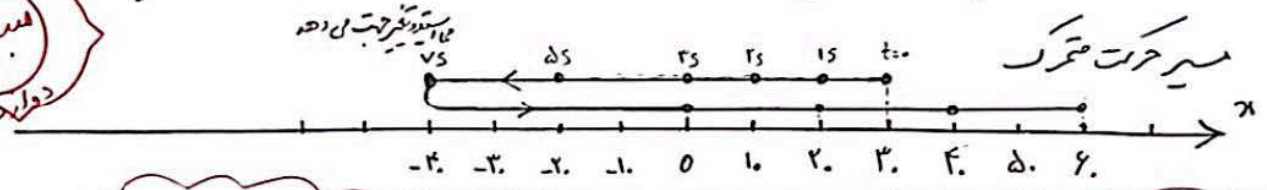
*۳- نقطه‌های اکستریمم نمودار (بیشینه و کمینه) نشان دهنده تغییر جهت حرکت متحرک است

مثلاً از لحظه صفر تا $7s$، متحرک در جهت منفی محور x حرکت می‌کند و در $t=7s$ تغییر جهت داده و تا $t=12s$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند البته از روی شیب نمودار $x-t$ نیز می‌توان علامت سرعت (v) و به دنبالش علامت جابجایی (Δx) را تعیین کرد

از صفر تا ۷ ثانیه شیب نمودار منفی $\Leftarrow$ v منفی $\Leftarrow$ Δx منفی و در لحظه $t=7s$ یعنی کمینه نمودار شیب نمودار صفر است یعنی سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت حرکت می‌دهد

*۴- با توجه به مکان‌های تغییر جهت متحرک (در این مثال $t=7s$ و $t=12s$ لحظه‌های تغییر جهت‌اند) می‌توانیم مسافت طی شده را برای هر بازه زمانی دلخواه حساب کنیم و نیز می‌توانیم مسیر حرکت متحرک را رسم کنیم

مثال: از لحظه صفر تا $12\,s$ مسیر حرکت متحرک را رسم و مسافت طی شده را در این بازه محاسبه کنید.



از صفر تا $7\,s$، مسافت طی شده $= 70\,m$ و از $7\,s$ تا $12\,s$ مسافت طی شده $100\,m$ ⟸

$|x_7 - x_0| = |-40-30| = 70\,m$

$|x_{12} - x_7| = |60-(-40)| = 100\,m$

$L_{کل} = 70 + 100 = 170\,m$

۵ - با داشتن جابجایی و مسافت برای هر بازه زمانی دلخواه، می‌توانیم اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط را حساب کنیم

مثال: با توجه به بند ۲ سرعت متوسط در بازه ۲ تا ۱۱ ثانیه را بیابید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{11-2} = \frac{10}{3}\ m/s$$

با توجه به بند ۴ تندی متوسط در بازه صفر تا $12\,s$ را بیابید.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{170}{12} = 14.1\ m/s$$

۶ - در لحظه‌ای که نمودار بیشترین فاصله را از محور t دارد، متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد

در نمودار رداده شده در $t = 12\,s$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان در $x = 60\,m$ قرار دارد.

پرسش ۱-۳ صفحه ۸

الف) (متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند یعنی x برابر صفر می‌شود) در لحظه t_2 و t_4

ب) (متحرک در حال دور شدن از مبدأ یعنی نمودار از محور زمان به سمت مثبت x یا منفی x فاصله‌اش بیشتر می‌شود)

در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 و t_5 تا t_6

پ) متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ یعنی نمودار به سمت محور زمان بیاید

در بازه‌های زمانی t_2 تا t_3 و t_4 تا t_5

ت) هر نقطه از نمودار که سرعت صفر شود (شیب‌های بر نمودار صفر باشد) در آن لحظه تغییر جهت داریم

در لحظه t_1 و t_4

ث) $\Delta x_{کل} > 0$ (x در لحظه t_6 مقدار مثبت و در لحظه صفر نیز مثبت است پس $\Delta x_{کل} = x_{t_6} - x_{t_0}$ مثبت خواهد شد)

تمرین ۱-۲ صفحه ۹

الف) شتاب ناصفر از مبدأ یعنی یافتن نقطه‌ای که بیشترین مقدار x را دارد در لحظه $t=8s$ که $x=40m$ می‌باشد

ب) دقت کنید از صفر تا ۴s مقدار x از صفر به $40m$ رسیده و نیز از ۶ تا ۸ ثانیه متحرک از ۴۰ به ۶۰ متر رسیده

پ) از ۸ تا ۱۴ ثانیه متحرک از $60m$ به صفر رسیده

* می‌توانید قسمت (ب) و (پ) را با شیب نمودار پاسخ دهید در قسمت (ب) وقتی در جهت مثبت محور x حرکت کند Δx مثبت و v مثبت شده و شیب نمودار مثبت است

در قسمت پ وقتی در جهت خلاف محور x حرکت می‌کند Δx منفی و سرعت منفی و شیب نیز منفی می‌شود

ت) وقتی متحرک ساکن است مقدار x تغییر نمی‌کند در بازه ۴ تا ۶ ثانیه مقدار x، ۴۰ متر است

ث)

$$\begin{cases} t_1=0 \\ t_2=2s \\ \Delta t=2-0=2s \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=20m \\ \Delta x=20-0=20m \end{cases} \qquad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{20}{2}=10\ m/s \qquad S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{20}{2}=10\ m/s$$

$$\begin{cases} t_1=4s \\ t_2=6s \\ \Delta t=6-4=2s \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=40m \\ x_2=40m \\ \Delta x=0 \end{cases} \qquad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0}{\Delta t}=0 \qquad S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{0}{\Delta t}=0$$

شکل دقیق تست در $t=2s$ مقدار $x=20m$ دقیق نیست

$$\begin{cases} t_1=2s \\ t_2=5s \\ \Delta t=3s \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=20m \\ x_2=40m \\ \Delta x=20m \end{cases} \qquad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{20}{3}\ m/s \qquad S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{20}{3}\ m/s$$

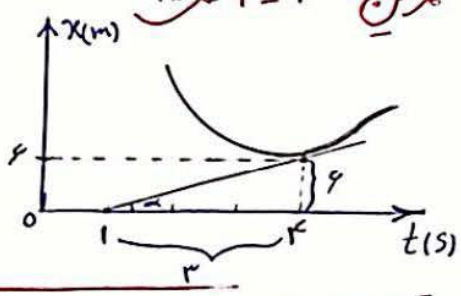
$$\begin{cases} t_1=8s \\ t_2=14s \\ \Delta t=14-8=6s \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=60m \\ x_2=0 \\ \Delta x=0-60=-60m \end{cases} \qquad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=-\frac{60}{6}=-10\ m/s \qquad S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{60}{6}=10\ m/s$$

$$\begin{cases} t_1=0 \\ t_2=14s \\ \Delta t=14s \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=0 \\ \Delta x=0 \end{cases} \qquad v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=0 \qquad S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{\overset{\text{از صفر تا ۸}}{60}+\overset{\text{از ۸ تا ۱۴ ثانیه}}{60}}{14}=\frac{120}{14}=8.5\ m/s$$

مبینی دوازدهم

تمرین ۱-۴ صفحه ۱۰

$tg\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\text{سرعت خط}}{\text{لحظه}} = v = \frac{6}{3} = 2\,m/s$



تمرین ۱-۶ صفحه ۱۴

متحرک A $\begin{cases} t_1 = 0 & x_1 = 0 \\ t_2 = 4\,s & x_2 = 8\,m \end{cases} \rightarrow v_A = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{8-0}{4-0} = 2\,m/s$

$x = vt + x_0 \rightarrow x_A = 2t + 0 \rightarrow \boxed{x_A = 2t}$ معادله مکان-زمان متحرک A

متحرک B $\begin{cases} t_1 = 0 & x_1 = 12\,m \\ t_2 = 4\,s & x_2 = 24\,m \end{cases} \quad v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{24-12}{4-0} = 3\,m/s$

$x = vt + x_0 \rightarrow \boxed{x_B = 3t + 12}$ معادله مکان-زمان متحرک B

تمرین ۱-۷ صفحه ۱۴

کفش دوزک A $\begin{cases} t_1 = 0 & x_1 = 4\,m \\ t_2 = 4\,min & x_2 = 0 \end{cases} \quad v_A = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0-4}{4-0} = -1\,m/min$

$x = vt + x_0 \rightarrow \boxed{x_A = -t + 4}$

* به واحد زمان روی محور زمان دقت کن

کفش دوزک B $\begin{cases} t_1 = 0 & x_1 = -4\,m \\ t_2 = 4\,min & x_2 = 0 \end{cases} \quad v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0-(-4)}{4-0} = 1\,m/min$

$x = vt + x_0 \rightarrow \boxed{x_B = t - 4}$

ب) شرط رسیدن دو کفش دوزک به یکدیگر: $x_A = x_B$

$-t + 4 = t - 4 \rightarrow 2t = 8 \rightarrow t = 4\,min$

$x_A = -4 + 4 = 0\,m \quad , \quad x_B = 4 - 4 = 0\,m$

الف) محل تلاقی دو نمودار را بدست آورده و از آن نقطه بر محور زمان عمود رسم می‌کنیم، t را بصورت تقریبی همان 4 min پیدا می‌کنیم.

* به سؤال اضافه کن: این دو متحرک در چه زمانی به مبدأ مکان می‌رسند؟

$t = 4\,min \rightarrow x_A = 0$

$t = 4\,min \rightarrow x_B = 0$

فیزیک ۱۱ مبتنی دوازدهم

شتاب : هروقت تغییر سرعت هست، شتاب هم هست

* اگر بردار سرعت متحرک به هر نحوی تغییر کند حرکت جسم شتابدار است
* سرعت مثل همه کمیت‌های برداری دو جور می‌تونه تغییر کنه !!

۱- تغییر اندازه سرعت : با توجه به مثال سرعت جسم به دلیل تغییر اندازه آن تغییر می‌کند و حرکت جسم شتابدار است

$\vec{v}_1$ — $\vec{v}_2$ — $\vec{v}_3$ — $\vec{v}_4$

۲- تغییر جهت سرعت : می‌دانیم بردار سرعت همان بردار مسیر حرکت است؛ پس با تغییر راستا و جهت حرکت راستا و جهت بردار سرعت نیز تغییر می‌کند به همین دلیل حتماً شتاب داریم (حتی اگر اندازه سرعت تغییر نکند)

* با توجه به مثال که مسیر حرکت خط راست بود $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ هم اندازه (مقدار هردو مثلاً $10\frac{m}{s}$) اما چون جهت آن‌ها مخالف است پس سرعت تغییر کرده و حرکت شتابدار است



۳- تغییر اندازه و جهت سرعت : هم اندازه و هم جهت هردو تغییر کند، حرکت شتابدار است. مثل پاندول

* یک دقت کنید : بردار سرعت با بردار تغییر سرعت خیلی فرق می‌کند و جهت بردار شتاب هم جهت با بردار تغییر سرعت است

شتاب ← شتاب متوسط
شتاب ← شتاب لحظه‌ای

شتاب متوسط : تغییرات سرعت در یک بازه زمانی

اگر بردار سرعت متحرک در لحظه t_1 برابر $\vec{v}_1$ و بردار سرعت متحرک در لحظه t_2 برابر $\vec{v}_2$ باشد شتاب متوسط :

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

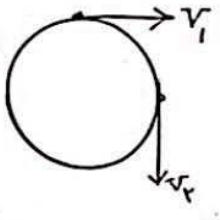
$\Delta \vec{v}$ ← تغییرات سرعت $\frac{m}{s}$
Δt ← بازه زمانی (s)

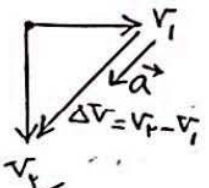
* شتاب کمیتی برداری است و بردار شتاب متوسط $\vec{a}_{av}$ همواره هم سو با بردار تغییرات سرعت $(\Delta \vec{v})$ می‌باشد

Δt : کمیت نرده‌ای و $\Delta \vec{v}$ کمیتی برداری است

یکای شتاب در SI : $\frac{m}{s^2}$ (متر بر مجذور ثانیه) ← شتاب متوسط

* به مثال توجه کن صد ۱۱ هم بصورت دقت کنید گفته شده بود





تغییرات سرعت $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ جهان بردار تفاضل در ریاضی است

خیلی مهمه: بردار شتاب نه در جهت $\vec{v}_1$ است نه در جهت $\vec{v}_2$ بلکه در جهت بردار $\Delta\vec{v}$ می باشد.

شتاب لحظه‌ای: به شتاب متحرک در هر لحظه از زمان یا در هر نقطه از مسیر شتاب لحظه‌ای می‌گوییم

حرکت با شتاب ثابت: اگر بردار شتاب متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، با گذشت زمان (ثابت) بماند به این حرکت، حرکت با شتاب ثابت می‌گوییم

* در حرکت با شتاب ثابت، در هر بازه زمانی دلخواه، شتاب متوسط یک مقدار ثابت است و با کوچک شدن بازه زمانی شتاب متوسط تبدیل به شتاب لحظه‌ای می‌شود پس در این حرکت داریم:

$$a_{\text{در هر بازه زمانی دلخواه}} = a_{\text{در هر لحظه دلخواه}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{فرض}} v - v_0 = at \longrightarrow \boxed{v = at + v_0}$$

t_0 همواره صفر فرض می‌شود

v: سرعت در هر لحظه مثل t
a: شتاب (مقدار ثابت)
v_0: سرعت در لحظه شروع حرکت (سرعت اولیه)

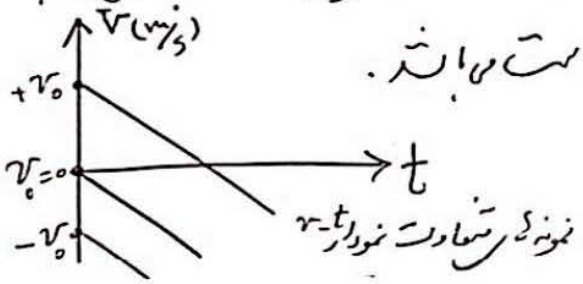
* در معادله سرعت - زمان $(v - t)$، a و v_0 اعداد ثابت معادله و v و t متغیرند

* معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت نسبت به متغیر زمان درجه اول می‌باشد

لذا نمودار سرعت - زمان این حرکت همواره خط راست می‌باشد.

محور قائم v هم سوی مثبت و هم سوی منفی دارد

محور افقی t فقط سوی مثبت دارد.



نمونه‌ای متعارف نمودار $v-t$

فرمول‌های حرکت با شتاب ثابت

۱- معادله سرعت-زمان: $v = at + v_0$ به آن معادله مستقل از جابجایی گفته می‌شود

مسأله: متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، با شتاب ثابت و برابر $-5\ m/s^2$ سرعت آن در لحظه $t_1 = 2s$ برابر $-25\ m/s$ است. معادله سرعت-زمان آن را در SI کدام است؟

$v = at + v_0 \xrightarrow{\text{مقادیر } a \text{ و } t, v \text{ را در معادله جایگذاری می‌کنیم}} -25 = -5 \times 2 + v_0 \rightarrow v_0 = -15\ m/s$

$\rightarrow \boxed{v = -5t - 15}$

۲- معادله مستقل از شتاب:

نکته: هرگاه یک معادله درجه اول باشد مقدار متوسط آن برابر مقدار میانگین آن می‌باشد. مثلاً معادله سرعت-زمان حرکت با شتاب ثابت که یک معادله درجه اول است ($v = at + v_0$) بنابراین سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه همان مقدار میانگین سرعت می‌باشد.

$v_{av(\text{متوسط})} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ (میانگین)

از طرفی سرعت متوسط در همهٔ حرکت‌ها روی خط راست $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow[(t_0 = 0)]{\text{اگر لحظه شروع بازه زمانی } \Delta t \text{ برابر صفر باشد}} \boxed{\frac{\Delta x}{t} = \frac{v + v_0}{2}}$

مسأله: خودرویی با سرعت $20\ m/s$ بر مسیر مستقیم در حال حرکت است. خودرو ناگهان ترمز می‌کند و در یک حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت بعد از طی مسافت $15m$ می‌ایستد، مدت زمان توقف خودرو چند ثانیه است؟

$\frac{v + v_0}{2} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta t}{t}} \Rightarrow \frac{0 + 20}{2} = \frac{15}{\frac{\Delta t}{t}} \rightarrow t = 1.5s$

۳- معادله مکان-زمان: با فرمول $v = at + v_0$ و $\frac{\Delta x}{t} = \frac{v + v_0}{2}$ به دست می‌آید.

$\Delta x = \frac{at + v_0 + v_0}{2} \times t \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0}$

(Δx: جابجایی، x: مکان)

نکته: در فرمول فوق، x_0 مکان متحرک در $t_0 = 0$ ثانیه اول حرکت (یعنی از لحظه $t_0 = 0$ تا لحظه t) است. ضمناً در این فرمول خبری از سرعت نهایی متحرک v نیست.

در بالا به جز این شرط اثبات فرمول گفته شد

مسئله: متحرکی که با شتاب ثابت $2.5\ \frac{m}{s^2}$ بردی محور x حرکت می‌کند، در 4 ثانیه اول حرکتش 12 m جابجا می‌شود، سرعت اولیه آن چقدر است؟

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \rightarrow 12 = \frac{1}{2}\times 2.5 \times 4^2 + v_0 \times 4 \rightarrow v_0 = -2\ \frac{m}{s}$$

$$12 = 20 + 4v_0$$

نکته: اگر در مسئله جابجایی متحرک از t_1 تا t_2 خواسته شود می‌توانیم در رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ به جای t در هر دو $\Delta t = t_2 - t_1$ بگذاریم چون شرط $\Delta t = t$ فقط وقتی است که $t_0 = 0$ باشد.

مسئله برای نکته فوق: متحرکی با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم در حرکت است بطوریکه در لحظه $t_1 = 1\ s$ در حال عبور از مکان $x_1 = 21\ m$ و در لحظه $t_2 = 4\ s$ در حال عبور از مکان $x_2 = 120\ m$ است. اگر سرعت اولیه متحرک $18\ \frac{m}{s}$ باشد، شتاب حرکت چقدر است؟ مکان اولیه متحرک؟

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$21 = \frac{1}{2}a\times(1)^2 + 18\times 1 + x_0 \rightarrow \frac{1}{2}a + x_0 = 3 \quad (1)$$

$$120 = \frac{1}{2}a\times(4)^2 + 18\times 4 + x_0 \rightarrow 8a + x_0 = 48 \quad (2)$$

$$(2) - (1) \rightarrow a = 6\ \frac{m}{s^2}$$

جایگذاری a در (1): $\frac{1}{2}\times 6 + x_0 = 3 \rightarrow x_0 = 0$

۴- معادله مستقل از زمان: سرعت متحرک در مکان x_0 برابر v_0 و در مکان x برابر v است:

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) = 2a\Delta x$$

مسئله: یک خودرو در جاده‌ای مستقیم با تندی ثابت $20\ \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. راننده خودرو ماغی در ۴۵ متری خود می‌بیند و بلافاصله پا روی ترمز می‌گذارد و با شتاب ثابت $5\ \frac{m}{s^2}$ حرکت کرده و می‌ایستد. خودرو در چه فاصله‌ای از مانع می‌ایستد؟

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$-(20)^2 = 2(-5)\times\Delta x$$

$$\Delta x = 40\ m$$

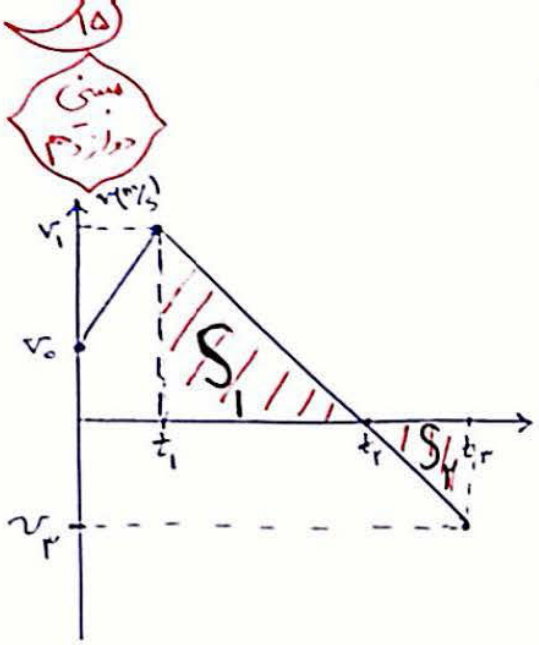
خودرو در ۵ متری مانع متوقف می‌شود.

نکته: علامت شتاب در حین ترمز و توقف همیشه عکس علامت سرعت است.

۱۵
مبحث دوازدهم

* نکاتی که در مورد نمودار سرعت - زمان باید بدانیم :

می توانیم سرعت یک متحرک را که بر مسیر خط راست حرکت می کند در هر لحظه با نمودار سرعت - زمان نشان دهیم



شکل روبه رو نمودار سرعت - زمان متحرکی است که بر مسیر مستقیم حرکت می کند و سرعت متحرک در لحظه های $t_0=0$ و t_1 و t_2 و t_3 به ترتیب برابر v_1 و $v_0=0$ و v_2 و v_3 می باشد

حالا نکات :

۱- علامت سرعت بالای محور t، مثبت است یعنی متحرک در جهت مثبت محور حرکت کرده است و علامت سرعت پایین محور t، منفی است یعنی متحرک در جهت منفی محور حرکت کرده است

مثلاً در نمودار $v-t$ فوق در بازه زمانی صفر تا t_2 سرعت مثبت و متحرک در جهت محور x و در بازه زمانی t_2 به بعد سرعت منفی و متحرک در جهت منفی محور x حرکت کرده است

۲- در لحظه هایی که نمودار محور t را قطع می کند ($v=0$)، متحرک تغییر جهت داده است

مثلاً در نمودار بالا متحرک در لحظه t_2 تغییر جهت داده است.

** ۳- مهمترین نکته نمودارهای سرعت زمان :

مساحت محصور بین نمودار و محور t ها بر مقدار جابجایی جسم است

(به زبان ساده تر: سطحی زیر نمودار $v-t$ همیشه مخرف اندازه جابجایی جسم است)

در نمودار فوق، مساحت S_1 جابجایی متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 و مساحت S_2 جابجایی متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_3 می باشد

البته باید حواسمان به علامت Δx ها باشد که در نکته بعدی گفته شده

۴- اگر مساحت محصور بین نمودار و محور t، بالای محور t باشد (مثل S_1) علامت جابجایی مثبت و اگر این مساحت پایین محور t باشد (مثل S_2) علامت جابجایی منفی می‌باشد.

$$\Delta x_1 = +S_1 \quad , \Delta x_2 = -S_2$$

$$\Delta x_{کل} = +S_1 + (-S_2) = S_1 - S_2$$

اما مسافت پیموده شده کل به صورت مقابل است: $L_{کل} = L_{t_1 \text{ تا } t_2} + L_{t_2 \text{ تا } t_3} = S_1 + S_2$

تمرین ۱-۸ صفحه ۱۶

$$v = -1,8t + 2,2$$

الف) در معادله داده شده به جای t عدد ۴ می‌گذاریم

$$v = -1,8 \times 4 + 2,2 = -5 \, m/s$$

$$v_{متوسط} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{-5 + 2,2}{2} = -1,4 \, m/s$$

$$v_{متوسط} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow -1,4 = \frac{\Delta x}{4} \rightarrow \Delta x = -5,6 \, m$$

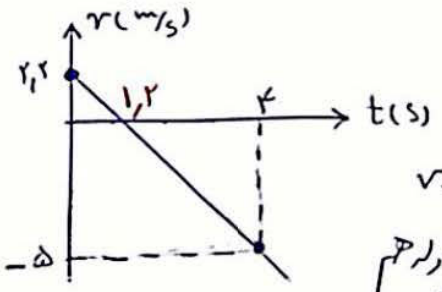
ب)

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = -1,8t + 2,2 \\ a = -1,8 \, m/s^2 \\ v_0 = 2,2 \, m/s \end{cases}$$

ج)

t	v
۰	۲٫۲
۱٫۲	۰
۴	-۵

لحظه‌ای که برگشت متحرک صفر شده



چون شیب نمودار $v-t$ که عرف شتاب منفی شده و در معادله هم مقدار شتاب $a = -1,8 \, m/s^2$ می‌باشد

تمرین ۱-۹ صفحه ۱۸

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow v^2 - 25 = 2 \times 1 \times 300 \rightarrow v = 25 \, m/s$$

اگر در مدت زمان را می‌خواست:

$$v = at + v_0 \rightarrow 25 = 1 \times t + 5 \rightarrow t = 20 \, s$$

س: حداقل مسافتی که برای توقف با بندی ۷۲ km/h و شتاب ترمز $4 \, m/s^2$ در نظر گرفته می‌شود حقیقی است؟

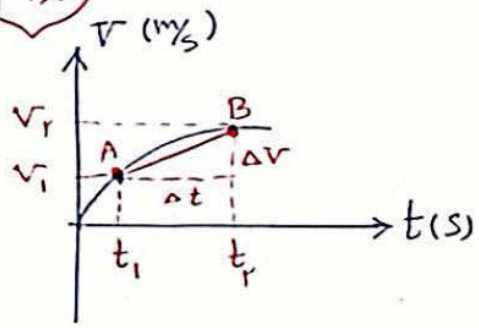
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow 0 - 20^2 = 2(-4)\Delta x \rightarrow \Delta x = 50 \, m$$

توقف

* علامت شتاب در حین ترمز منفی می‌باشد همیشه

محاسبه شتاب از روی نمودار سرعت - زمان

۱- شتاب متوسط از روی نمودار $v-t$ *

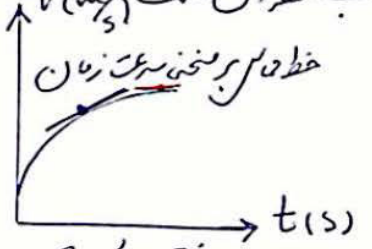


شیب خطی که از دو نقطه با مختصات معلوم (v,t) می‌گذرد برابر است با شتاب متوسط در بازه زمانی متناظر با آن دو نقطه.

$$\text{شیب خط AB} = \frac{\text{تفاضل عرض‌های دو نقطه B و A}}{\text{تفاضل طول‌های دو نقطه B و A}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{av} \text{ شتاب متوسط}$$

۲- شتاب لحظه‌ای از روی نمودار $v-t$ *

شیب خط مماس در یک نقطه بر نمودار $v-t$ معرف شتاب لحظه‌ای است

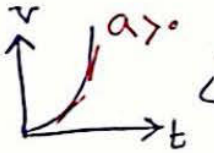


* نکته: هرچه شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان بیشتر باشد اندازه شتاب بیشتر است.

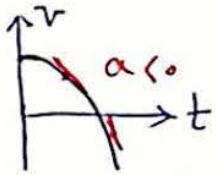
در شکل مقابل با گذشت زمان، شیب نمودار سرعت - زمان کم می‌شود پس شتاب کاهش می‌یابد

* نکته: با توجه به اینکه شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان مقدار شتاب لحظه‌ای است علامت و جهت شتاب هر حالت می‌تواند داشته باشد

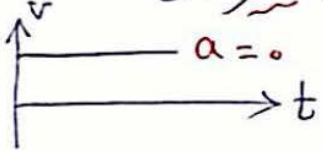
الف) اگر نمودار $v-t$ صعودی باشد علامت و جهت شتاب مثبت است *



ب) اگر نمودار $v-t$ نزولی باشد علامت و جهت شتاب منفی است *



پ) اگر نمودار $v-t$ افقی باشد شیب آن صفر و در نتیجه شتاب صفر است *



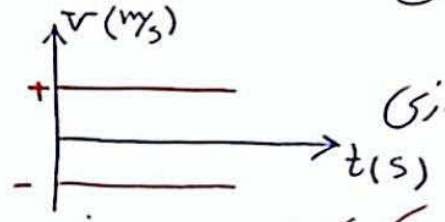
دقت کن: با علامت شتاب نمی‌توان جهت حرکت را مشخص کرد. جهت حرکت را فقط علامت سرعت یا جابجایی تعیین می‌کند

۱۸

مبحث دوازدهم

سؤال: نمودار سرعت زمان حرکت یکنواخت را رسم کنید اندازه شتاب را از روی نمودار پیدا کنید.

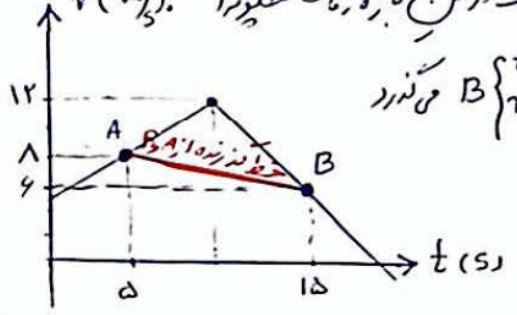
* چون در حرکت یکنواخت سرعت در تمام بازه‌های زمانی ثابت است نمودار $v-t$ حرکت یکنواخت همیشه به صورت خطی است موازی با محور زمان می‌باشد



طبق نکته آ، ص ۱۷ در سمت راست نمودار صفر است پس شتاب در حرکت یکنواخت صفر می‌باشد البته برای مریل شتاب هم می‌توانیم بگوییم که چرا شتاب در حرکت یکنواخت صفر است *

در حرکت یکنواخت: v ثابت $\Leftarrow$ تغییرات سرعت $\Delta v = 0$ $\Longleftarrow$ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = 0$

مسأله: نمودار سرعت زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل روبرو است در بازه زمانی ۵s تا ۱۵s شتاب متوسط حرکت در این بازه زمانی چقدر است؟ در این بازه زمانی حرکت متحرک تندشونده است یا کندشونده؟



* شیب خط‌آ را از دو نقطه با مختصات معلوم A $\begin{cases} t=5s \\ v=8 m/s \end{cases}$ و B $\begin{cases} t=15s \\ v=6 m/s \end{cases}$ می‌گیرد

منظور شتاب متوسط در این بازه زمانی می‌باشد

$$a_{av} = \frac{6-8}{15-5} = -0/2\ m/s^2$$

در شکل هم که دیده می‌شود خط قرمزرنگ دارای شیب منفی است و در حساب هم با علامت منفی شتاب را پیدا کردیم

* جهت حرکت متحرک را علامت سرعت تعیین می‌کند و چون در این بازه زمانی علامت سرعت مثبت است (در ضمن نمودار $v-t$ بالای محور t قرار دارد پس v مثبت است) لذا متحرک در جهت مثبت محور حرکت کرده است.

تمرین آ-۱۴ ص ۱۲ *

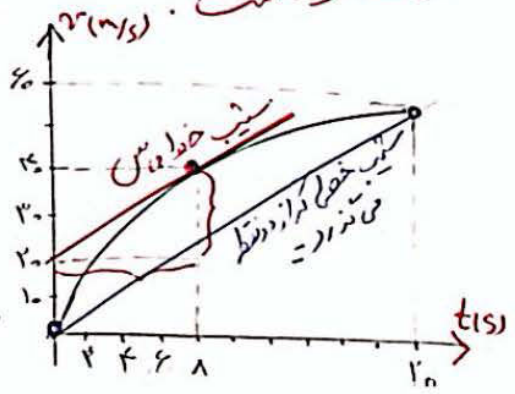
الف) شیب خط‌آ تندشونده از دو نقطه = شتاب متوسط

$$a_{av} = \frac{40-0}{20-0} = 3\ m/s^2$$

ب) شیب خط‌آ مماس در یک نقطه = شتاب لحظه‌ای

$$a = \frac{20}{8} = 2/5\ m/s^2$$

در این تمرین شیب مثبت است اما تندی زمان در حال کاهش است.



تشخیص تند شونده یا کند شونده بودن حرکت با علامت شتاب و سرعت

الف) اگر شتاب و سرعت هم علامت باشند (هر دو مثبت یا هر دو منفی)، نوع حرکت تند شونده است. به زبان ریاضی: $a \times v > 0 \Rightarrow$ حرکت تند شونده

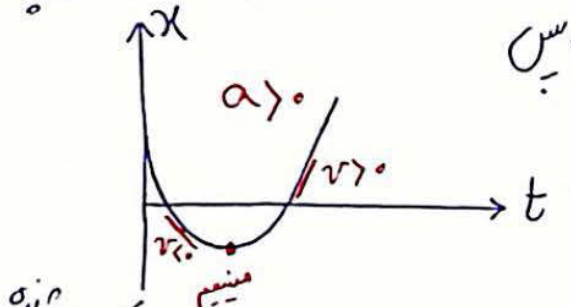
ب) اگر علامت شتاب و سرعت مخالف هم باشد (یکی مثبت و دیگری منفی)، نوع حرکت کند شونده است

$a \times v < 0 \Rightarrow$ حرکت کند شونده

* بجز حالا به نمونه‌های زیر توجه کن تا خوب یاد بگیری

— اگر نمودار مکان - زمان نقطه مینیمم (کمینه) داشته باشد علامت شتاب مثبت است مثلاً:

* خوب یادت باشد شیب نمودار مکان - زمان عرف سرعته، پس

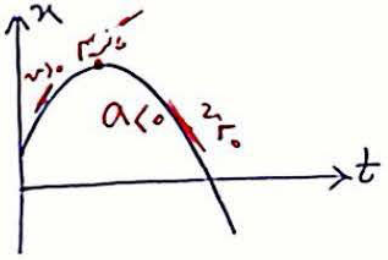


* قبل از نقطه min شیب نمودار منفی است $v<0$

* در نتیجه: $\begin{cases} a>0 \\ v<0 \end{cases} \rightarrow a \times v < 0$ حرکت کند شونده

* بعد از نقطه min شیب نمودار x-t مثبت بوده $v>0$ در نتیجه $\begin{cases} a>0 \\ v>0 \end{cases} \Rightarrow a \times v > 0$ حرکت تند شونده

— اگر نمودار مکان - زمان نقطه ماکزیمم (بیشینه) داشته باشد علامت شتاب منفی است مثلاً:



* قبل از نقطه max: شیب مثبت $v>0$

* در نتیجه: $\begin{cases} a<0 \\ v>0 \end{cases} \Leftarrow$ حرکت کند شونده

* بعد از نقطه max: شیب منفی $v<0$

* در نتیجه $\begin{cases} a<0 \\ v<0 \end{cases}$ حرکت تند شونده

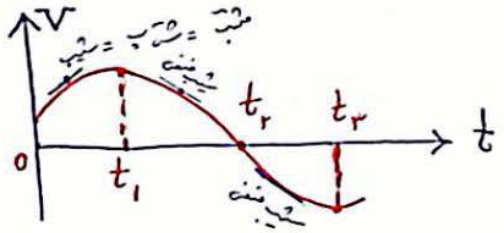
نتیجه گیری کلی: در نمودار مکان - زمان همیشه قبل از نقاط min یا max حرکت کند شونده و بعد از نقاط max یا min، حرکت تند شونده است.

مبینی دوازدهم

نکته خیلی جالب: می‌توانیم تند شونده یا کند شونده بودن حرکت را به کمک نمودار سرعت - زمان تشخیص بدهیم چگونه؟؟؟ هروقت نمودار در حال نزدیک شدن به محور t باشد (اندازه سرعت در حال نزدیک شدن به صفره) حرکت کند شونده است

با توجه به نمودار زیر

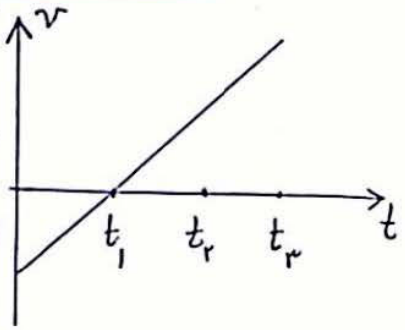
مثلاً در بازه t_1 تا t_2، نمودار در حال نزدیک شدن به محور t است در نتیجه حرکت در این بازه زمانی کند شونده است و در بازه زمانی صفر تا t_1 و نیز t_2 تا t_3، نمودار در حال دور شدن از محور t است (اندازه سرعت در حال زیاد شدن است) در نتیجه حرکت در این دو بازه زمانی تند شونده است.



* البته کند شونده یا تند شونده بودن حرکت در بازه‌های فوق را می‌توان از روی علامت سرعت و شتاب نیز بررسی کرد

$o \to t_1 \begin{cases} a>0 \\ v>0 \end{cases}$ تند شونده $\quad t_1 \to t_2 \begin{cases} a<0 \\ v>0 \end{cases}$ کند شونده $\quad t_2 \to t_3 \begin{cases} a<0 \\ v<0 \end{cases}$ تند شونده

سؤال: با توجه به نمودار داده شده اندازه شتاب را در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 و نیز در هرکدام از لحظه‌های t_1 و t_2 و t_3 با هم مقایسه کنید



* نکته: اگر نمودار سرعت - زمان متحرکی یک خط راست باشد شیب نمودار چه در بازه زمانی دلخواه و چه در لحظه دلخواه t ام یکی است بنابراین می‌توانیم بگوییم شتاب در هر لحظه برابر با شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه است

$a_{\text{لحظه‌ای}} = a_{\text{متوسط}}$

* مشابه نکته فوق برای نمودار مکان - زمان خط راست نیز صدق می‌کند

$v_{\text{لحظه‌ای}} = v_{\text{متوسط}}$



پرسش ۱-۶ صفحه ۱۲ در این سؤال جای بردار در هر یک از لحظه‌ها را رسم و از روی شیب جای آن‌ها، جهت شتاب را در هر لحظه تعیین می‌کنیم.

جای‌ها افقی‌اند و شیب جای‌ها صفر است $a_{t_1}=0$ ، $a_{t_2}=0$ ، $a_{t_4}=0$ ، $a_{t_6}=0$

شیب جای مثبت $a_{t_3}<0$ ، شیب جای منفی $a_{t_5}>0$

تمرین ۱-۵ صفحه ۱۳ $\begin{cases} t_0=0 & v_0=20\,m/s \\ t=14s & v=0 \end{cases}$

الف) $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-20}{14}=-\frac{10}{7}$

ب) $a_{t=2s}=0$

از صفر تا 6s در واقع حرکت خودرو یکنواخت است و در تمام این لحظه‌ها شتاب صفر است

$a_{t=8s}=$ شتاب وسط خط BC

از 6s تا 10s حرکت با شتاب ثابت است در واقع شتاب در هر بازه‌ی زمانی دلخواه با شتاب در هر یک از لحظه‌ها برابر است

$\begin{cases} t_1=6s & v_1=20\,m/s \\ t_2=10s & v_2=40\,m/s \end{cases}$ $a_{av}=a_{\text{لحظه‌ای}}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{40-20}{10-6}=5\,m/s^2=a_{t=8s}$

$a_{t=11s}=$ شتاب وسط خط CD

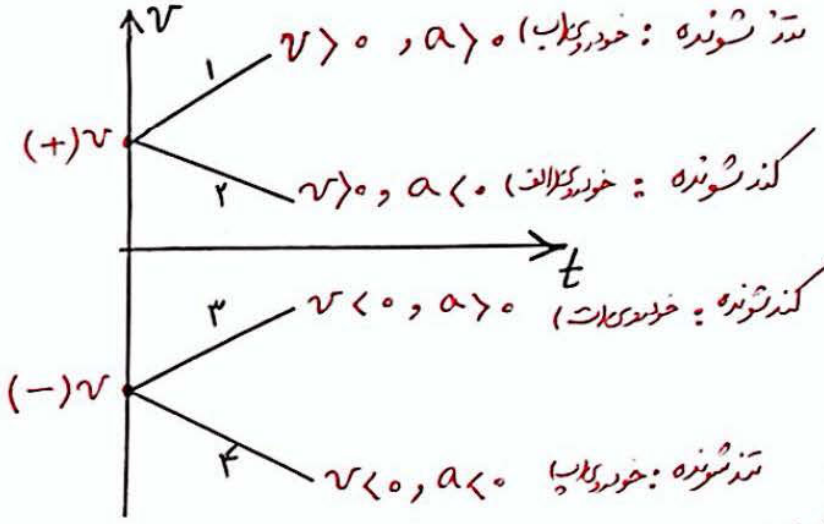
از 10s تا 14s حرکت با شتاب ثابت است پس شتاب متوسط و لحظه‌ای برابرند

$\begin{cases} t_1=10s & v_1=40\,m/s \\ t_2=14s & v_2=0 \end{cases}$ $a_{av}=a_{\text{لحظه‌ای}}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{0-40}{14-10}=-10\,m/s=a_{t=11s}$

* بچه‌ها شتاب را نامگذاری کنید. A نقطه $t=0$، B نقطه $t=6s$، C نقطه $t=10s$ و D نقطه $t=14s$

مخالیت ۱-۲ صفحه ۱۶

در شکل‌های الف و ب و ت هر کدام از بردارها سوی مثبت محورند علامتشان مثبت و اگر سوی منفی محورند علامتشان منفی در نظر گرفته می‌شود.



۱: تند شونده : خودرو (ب)

۲: کند شونده : خودرو (الف)

۳: کند شونده : خودرو (ت)

۴: تند شونده : خودرو (پ)

* در نمودار $t-v$ علامت شتاب را از روی شیب نمودار تعیین کن.

مسائل تمرین‌های پایان فصل

الف)

دقیقه	ساعت
۶۰	۱
۸۰	?

$\Delta t = ۸۰ \text{ دقیقه} = ۱ \text{ ساعت و } ۲۰ \text{ دقیقه} = \frac{۴}{۳} h$

$\frac{۴}{۳} = \frac{۸۰}{۶۰}$

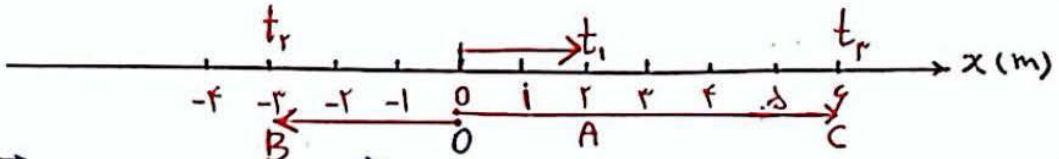
تندی متوسط $S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۸۸^{km}}{\frac{۴}{۳} h} = ۶۶ \frac{km}{h}$

سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{۶۰ km}{\frac{۴}{۳} h} = ۴۵ \frac{km}{h}$

ب) تندی کمیتی عددی است و وابسته به مسیر حرکت می‌باشد
سرعت کمیتی برداری است و مستقل از مسیر حرکت می‌باشد

پ) اگر متحرک بر روی خط راست حرکت کند و در طول حرکت تغییر جهت در حرکت رخ ندهد $L = |\vec{d}|$ *
در واقع اگر بردار جابه‌جایی را بر Δt که به دست آمده تقسیم کنیم برابر شعاع متوسط یا اندازه سرعت متوسط $S_{av} = |v_{av}|$

مسائل تمرین‌های پایان فصل



الف) بردارهای مکان: $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$

$\vec{OA} = ۲\vec{i}$ $\quad \vec{OB} = -۳\vec{i}$ $\quad \vec{OC} = ۶\vec{i}$

ب)

$t_۱ \to t_۲ \quad \Delta x = x_{t_۲} - x_{t_۱} = -۳ - ۲ = -۵ m$

$t_۲ \to t_۴ \quad \Delta x = x_{t_۴} - x_{t_۲} = ۶ - (-۳) = ۹ m$

$t_۱ \to t_۴ \quad \Delta x = x_{t_۴} - x_{t_۱} = ۶ - ۲ = ۴ m$

مسائل تمرین‌های پایان فصل

چون نمودار $v-t$ موازی محور t است

الف) شیب نمودار $v-t$ متحرک B صفر است پس $a_B = ۰$ اما شیب نمودار متحرک C بیشتر از شیب نمودار متحرک A است (شیب نمودار $v-t$ معرف شتاب است)

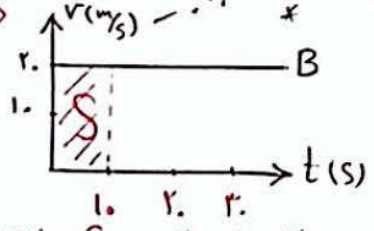
$a_C > a_A > a_B$

ب)

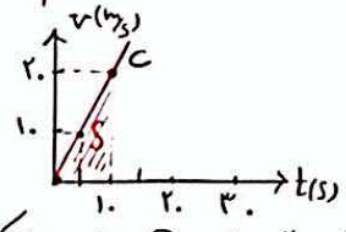
متحرک A:
$t_۱ = ۰ \quad v_۱ = ۰$
$t_۲ = ۲۰ s \quad v_۲ = ۲۰ m/s$
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۰ - ۰}{۲۰} = ۱ m/s^۲$

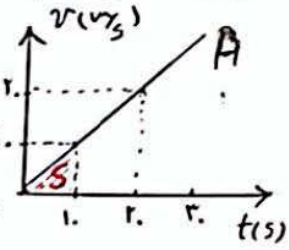
متحرک C:
$t_۱ = ۰ \quad v_۱ = ۰$
$t_۲ = ۱۰ s \quad v_۲ = ۲۰ m/s$
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۰ - ۰}{۱۰} = ۲ m/s^۲$

ب) سؤال ۳ تمرین‌های فصل: مساحت زیر نمودار $v-t$ معرف اندازه جابجایی متحرک است



* فقط مساحت زیر نمودار از صفر تا ۱۰s را هاشور زدم و حدت را محاسبه کردم





متحرک B $|\Delta x| = S_{\text{مستطیل}} = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰ m$

متحرک C $|\Delta x| = S_{\text{مثلث}} = \frac{۱۰ \times ۲۰}{۲} = ۱۰۰ m$

متحرک B $|\Delta x| = S_{\text{مثلث}} = \frac{۱۰ \times ۱۰}{۲} = ۵۰ m$

* توجه کن دفترم برای هر سه متحرک جداگانه نمودار $v-t$ را رسم کردم که سطح زیر نمودار را به خوبی یادگیری

سؤال تمرین ۳ پایان فصل: الف)

شاخه AB

$$\begin{cases} t_A = ۰ & v_A = ۰ \\ t_B = ۸ s & v_B = ۴ m/s \end{cases}$$

$$a_{AB} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{۴ - ۰}{۸ - ۰} = \frac{۱}{۲} \frac{m}{s^۲}$$

شاخه BC

$$\begin{cases} t_B = ۸ s & v_B = ۴ m/s \\ t_C = ۲۰ s & v = ۴ m/s \end{cases}$$

$$a_{BC} = \frac{v_C - v_B}{t_C - t_B} = \frac{۴ - ۴}{۲۰ - ۸} = ۰$$

شاخه CD

$$\begin{cases} t_C = ۲۰ s & v_C = ۴ m/s \\ t_D = ۲۸ s & v_D = ۶ m/s \end{cases}$$

$$a_{CD} = \frac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = \frac{۶ - ۴}{۲۸ - ۲۰} = \frac{۱}{۴} \frac{m}{s^۲}$$

* بچه‌ها دقت کنید در شاخه BC، می‌توانستید بگوئید چون نمودار $v-t$ موازی محور زمان است لذا حرکت یکنواخت (با سرعت ثابت) است و چون تغییرات سرعت صفر است در نتیجه شتاب صفر می‌باشد *

ب) شیب خطی که از دو نقطه A و D می‌گذرد را محاسبه می‌کنیم

$$\begin{cases} t_A = ۰ & v_A = ۰ \\ t_D = ۲۸ s & v_D = ۶ m/s \end{cases} \Longrightarrow a_{AD} = \frac{v_D - v_A}{t_D - t_A} = \frac{۶ - ۰}{۲۸ - ۰} = ۰/۲۱ \frac{m}{s^۲}$$

* بچه‌ها می‌خواهید راه حل غیر از این باشد پس ۳ سؤال که از سطح زیر نمودار $v-t$ جابجایی را حساب کردم برایتان

قسمت ب سؤال را حل کنم: $\Delta x = v_{av} \Delta t$

$$\Delta x_{کل} = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} + \Delta x_{CD}$$

$$\Delta x_{کل} = v_{av(AB)} \Delta t_{(۰ \to ۸)} + \underbrace{v_{BC}}_{\text{سرعت ثابت}} \Delta t_{(۸ \to ۲۰)} + v_{av(CD)} \Delta t_{(۲۰ \to ۲۸)}$$

$$\Delta x_{کل} = ۲ \times ۸ + ۴ \times ۱۲ + ۵ \times ۸ = ۱۰۴ m$$

حرکت یکنواخت / حرکت کندشونده

$$\begin{cases} \text{شاخه AB } v_{av} = \frac{۰ + ۴}{۲} = ۲ m/s \\ \text{شاخه CD } v_{av} = \frac{۴ + ۶}{۲} = ۵ m/s \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

* اگر دوست داری سطح زیر نمودار هر شاخه را هاشور بزن و حساب کن تا $\Delta x_{کل}$ برابر $۱۰۴ m$ شود (راه حل دوم)

$$S_{\text{مثلث } AB} = \frac{۴ \times ۸}{۲} = ۱۶ m \quad S_{\text{مستطیل } BC} = ۱۲ \times ۲ = ۲۸ m \quad S_{\text{ذوزنقه } CD} = \frac{(۲ + ۶) \times ۸}{۲} = ۴۰ m$$

$$۱۶ + ۲۸ + ۴۰ = ۱۰۴ m$$

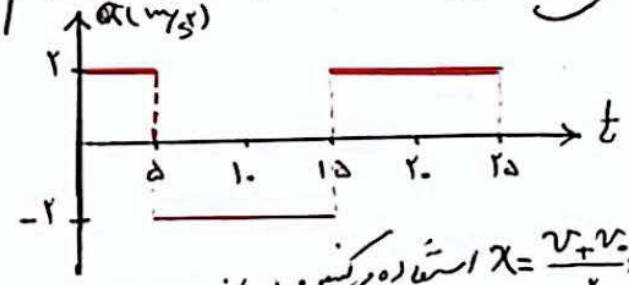
پاسخ تمرین‌های پایان فصل

الف) $0 \to 5s$ $\begin{cases} t_1=0 & v_1=0 \\ t_2=5s & v_2=10 m/s \end{cases}$ $a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{10-0}{5-0}=2 m/s^2$

$5 \to 15s$ $\begin{cases} t_1=5s & v_1=10 m/s \\ t_2=15s & v_2=-10 m/s \end{cases}$ $a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{-10-10}{15-5}=\frac{-20}{10}=-2 m/s^2$

$15 \to 25s$ $\begin{cases} t_1=15s & v_1=-10 m/s \\ t_2=25s & v_2=10 m/s \end{cases}$ $a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{10-(-10)}{25-15}=\frac{20}{10}=2 m/s^2$

* بچه‌ها اگر گفتید نوع حرکت چیه و از کجا میدی؟؟!! چون نمودار $v-t$ در هر بازه‌ی زمانی خط راست است پس نوع حرکت، حرکت با شتاب ثابت (در هر سه بازه نامبرده در بالای صفحه) می‌باشد. پس نمودار شتاب - زمان بصورت موازی با محور زمان که معرف شتاب ثابت باشد، رسم می‌شود.



ب) از رابطه $\Delta x = v_{av}\Delta t$ $\Rightarrow x=\frac{v+v_0}{2}\times\Delta t+x_0$ استفاده می‌کنیم و در بازه‌های زمانی 5s، 5s مقدار x را تعیین کرده و نمودار $x-t$ را رسم می‌کنیم.

$t_0=0$ $x_0=-10m$ داده شده است

بچه‌ها دقت کنید x نهایی در هر بازه زمانی در واقع x_0 بازه زمانی بعدی می‌شود.

در ۵ ثانیه اول $\begin{cases} v_0=0 \\ v=10 m/s \end{cases}$ $x=\left(\frac{10+0}{2}\right)\times 5+(-10)=15m$

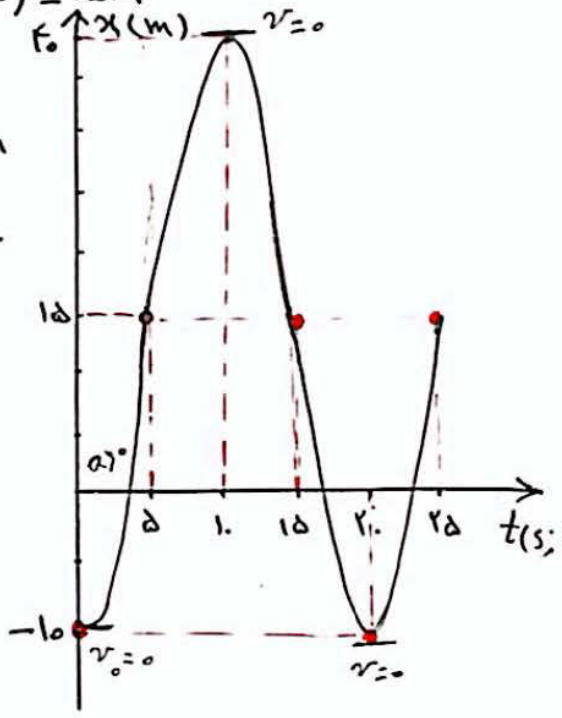
در ۵ ثانیه دوم $\begin{cases} v_0=10 m/s \\ v=0 \end{cases}$ $x=\left(\frac{0+10}{2}\right)\times 5+15=40m$

در ۵ ثانیه سوم $\begin{cases} v_0=0 \\ v=-10 m/s \end{cases}$ $x=\left(\frac{-10+0}{2}\right)\times 5+40=15m$

در ۵ ثانیه چهارم $\begin{cases} v_0=-10 m/s \\ v=0 \end{cases}$ $x=\left(\frac{0+(-10)}{2}\right)\times 5+15=-10m$

در ۵ ثانیه پنجم $\begin{cases} v_0=0 \\ v=10 \end{cases}$ $x=\left(\frac{10+0}{2}\right)\times 5+(-10)=15m$

t	0	5	10	15	20	25
x	-10	15	40	15	-10	15



تمرین‌های پایان فصل

مسئله ۶

الف) از آنجا که شیب نمودار $x-t$ معرف سرعت متحرک است. لذا در هر بازه زمانی که شیب بیشتر است، سرعت بیشتر است پس دونده سریع‌تر دویده است. در بازه زمانی صفر تا ۲۵۰ ثانیه

ب) یا می‌توانید بگویید در هر بازه زمانی که نمودار صفر است پس سرعت صفر است و دونده ایستاده است

یا از راه $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به سرعت صفر برسید. در بازه زمانی ۲۵۰ تا ۵۰۰ ثانیه

$$\begin{cases} t_1=250\,s & x_1=1000\,m \\ t_2=500\,s & x_2=1000\,m \end{cases} \Rightarrow v=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{1000-1000}{500-250}=0$$

پ) $\begin{cases} t_1=0 & x_1=0 \\ t_2=250\,s & x_2=1000\,m \end{cases} \Rightarrow v=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{1000-0}{250-0}=4\,m/s$

* توجه کنید در این بازه زمانی حرکت با سرعت ثابت (یکنواخت) است

ت) مثل مثال حل شده ۱ - ۵ کتاب

$$\begin{cases} t_1=500\,s & x_1=1000\,m \\ t_2=1000\,s & x_2=2500\,m \end{cases} \Rightarrow v=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{2500-1000}{1000-500}=\frac{1500}{500}=3\,m/s$$

* توجه کنید در این بازه زمانی حرکت یکنواخت است زیرا نمودار مکان - زمان خط است (شیب خط است در سراسر خط ثابت است پس سرعت ثابت است)

ث) $t_1=0 \quad x_1=0 \quad , \quad t_2=100\,s \quad x_2=250\,m \quad v=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{250-0}{100-0}=2/5\,m/s$

مسئله ۷

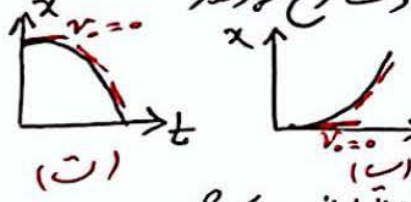
نکته: در هر لحظه از زمان متحرک صرفاً می‌تواند در یک مکان باشد.

در شکل‌های الف و ب دوست نشان می‌دهد تصویر کتاب را برایتان ارسال می‌کند، شما در کتابتان چیزی (کتاب) متحرک در یک لحظه در دو مکان قرار دارد پس تنها شکل پ، می‌تواند صحیح باشد

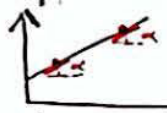
مسئله ۸

برای اینکه متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد باید شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظه صفر برابر صفر باشد که در شکل پ دوست رخ می‌دهد

از طرفی برای اینکه تندی متحرک افزوده شود باید شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در حال افزایش باشد (شکل ب) جهت x تندی‌ها مثبت افزوده می‌شود و در شکل ت) در خلاف جهت x تندی‌ها منفی افزوده می‌شود.



ادامه توضیح درباره سؤال ۸ تمرینهای پایان فصل



* نمودارها در شکل (الف) شیب ها در سراسر نمودار ثابت است پس تندی ثابت است

و جواب ب گله نمی باشد و در شکل (ب) اول در $t=0$ شیب ها نیز صفر نیست یعنی $v_0 \neq 0$ از طرفی

شیب ها در حال کاهش است تا آنکه در بالاترین نقطه نمودار شیب صفر و سرعت صفر شده پس

جواب ب گله نمی باشد.



---

* حل ۹ تمرینهای پایان فصل

الف) در لحظه‌ای که دو متحرک مکانی برابر دارند از کنار یکدیگر گذشته‌اند. (در لحظه t_1 و t_4)

ب) در نمودار $x-t$ سبز رنگ تندی در تمام بازه‌ی زمانی یکسان است حالا اگر در نمودار $x-t$ نقش

شیب ها در لحظه‌ای را پیدا کنیم که با نمودار سبز رنگ موازی باشد (شیب‌های برابر داشته باشند)

لذا دارای تندی یکسان خواهند بود. (در لحظه t_4 شیب های نمودار بنفش برابر با شیب نمودار سبز رنگ است)

پ) چون در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_4 (Δt هر دو خودرو یکسان است) برای هر دو خودرو

$\Delta x = x_4 - x_1$ یکسان است لذا $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ آنها نیز برابر است

---

* حل ۱۲ تمرینهای پایان فصل

$$x = t^3 - 3t^2 + 4$$

الف) $t_0 = 0 \rightarrow x_0 = 4\ m$, $t = 2\ S \rightarrow x = 2^3 - 3\times(2)^2 + 4 = 0$

ب) $v_{av} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2\ m/S$

---

* حل ۱۳ تمرینهای پایان فصل

سرعت نور: $v = 3\times10^8\ m/s$

$\Delta t = \frac{2/4}{2} = 1/2\ S$ (نصف زمان رفت و برگشت)

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow 3\times10^8 = \frac{\Delta x}{1/2} \rightarrow \Delta x = 3/6\times10^7\ m$

حل تمرین‌های پایان فصل

چون حرکت جسم یکنواخت است و معادله حرکت آن (معادله مکان - زمان) به صورت $x = vt + x_0$ است

الف) v و x_0 عدد نگذاریم و x و t را خودشان بنویسیم

مختصات x و t دو نقطه را از روی نمودار داده به ازای این دو نقطه معادله جایگزین می‌کنیم تا مقدار x_0 محاسبه شود

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 30}{20 - 15} = \frac{6}{5} = 2 \frac{m}{s}$$

از مختصات x و t این دو نقطه می‌توان سرعت را نیز بدست آورد

$$x = vt + x_0$$

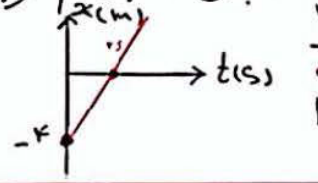
$$\begin{cases} t = 5s \\ x = 6m \end{cases} \rightarrow 6 = 2 \times 5 + x_0$$

$$x_0 = 6 - 10 = -4m$$

حالا جایگذاری x_0 و v در معادله $x = vt + x_0$:

$$x = 2t + (-4) \qquad \boxed{x = 2t - 4}$$

ب) کمترین مختصات دو نقطه‌ای که نمودار را با آن رسم می‌کنیم یکبار به x صفر داده t را بدست می‌آوریم و بار دیگری به t صفر داده x را بدست می‌آوریم



t	x
0	-4
2	0

حل تمرین‌های پایان فصل

الف) متحرک A: $\begin{cases} t_1 = 0 & x_1 = -200m = x_{0A} \\ t_2 = 10S & x_2 = 0 \end{cases}$

$$v_A = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - (-200)}{10} = 20 \frac{m}{s}$$

متحرک B: $\begin{cases} t_1 = 0 & x_1 = 300m = x_{0B} \\ t_2 = 10S & x_2 = 450m \end{cases}$

$$v_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{450 - 300}{10} = \frac{150}{10} = 15 \frac{m}{s}$$

قدم اول: بایداز روی خط راست بودن نمودار $x-t$ تشخیص بدی نوع حرکت، یکنواخت (با سرعت ثابت) می‌باشد

$x = vt + x_0$

به جای v و x_0 مقادیر متحرک A و B را در معادله جایگذاری می‌کنیم

قدم دوم: $x_A = 20t - 200$ $\qquad$ $x_B = 15t + 300$

ب) شرط هم رسیدن دو متحرک $x_A = x_B \rightarrow 20t - 200 = 15t + 300 \rightarrow 5t = 500 \rightarrow t = 40S$

حالا عدد زمان را در معادله حرکت هرکدام از دو متحرک قرار بدی، مکان هم رسیدن (x) مقدارش بدست میاید

$$x_A = 20 \times 40 - 200 = 900m \qquad x_B = 15 \times 40 + 300 = 900m$$

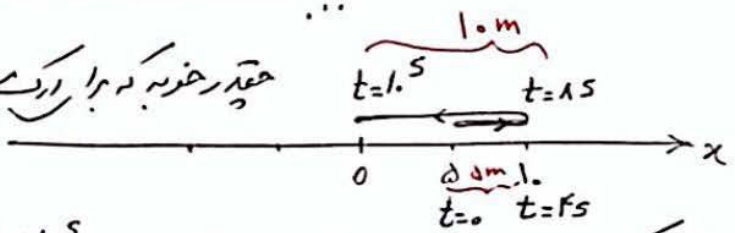
در ۹۰۰ متری هم رسیدند

حل تمرین‌های پایان فصل ۱

الف)

$t_0=0 \quad x_0=5m$ ، $t=10s \quad x=0$ ⟹ $\Delta x = x - x_0$ پس $\Delta x = 0-5 = -5m$ جابجایی ...

حقیقت رو خودتون که برا رکب مسافت پیموده شده سیر حرکت رو رسم کنید



$L_{کل} = L_{0\to 4s} + L_{4\to 8s} + L_{8\to 10s}$

$L_{کل} = 5^m + 0 + 10^m = 15m$

از $t=4s$ تا $t=8s$ متحرک در مکان $x=10^m$ ایستاده است

ب)

$\begin{cases} t_1=0 & x_1=5m \\ t_2=4s & x_2=10m \end{cases}$ $\quad v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{10-5}{4-0}=\frac{5}{4}\ m/s$

$\begin{cases} t_1=4s & x_1=10m \\ t_2=8s & x_2=10m \end{cases}$ $\quad v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{10-10}{8-4}=0$

$\begin{cases} t_1=8s & x_1=10m \\ t_2=10s & x_2=0 \end{cases}$ $\quad v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{0-10}{10-8}=-5\ m/s$

کل مسیر حرکت $\begin{cases} t_1=0 & x_1=5m \\ t_2=10s & x_2=0 \end{cases}$ $\quad v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{0-5}{10-0}=-0/5\ m/s$

* بجز جاها x نهایی و هر بازه زمانی، تغییر x در بازه زمانی بعدی محسوب میشود

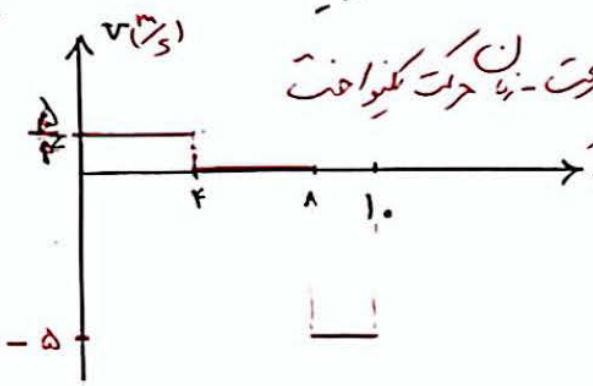
$\begin{cases} 0\to 4s \\ x_0=5m \\ v_{av}=v=\frac{5}{4}\ m/s \end{cases}$ $\quad x=vt+x_0$ $\quad x=\frac{5}{4}t+5$

وقتی نمودار $x-t$ خط راست است سرعت در تمام بازه‌های زمانی ثابت است *

$\begin{cases} 4\to 8s \\ \text{متحرک ایستاده است} \\ v=0 \text{ و حرکتی ندارد} \\ \text{که بعدا به حرکت میرود} \end{cases}$

$\begin{cases} 8\to 10s \\ x_0=10m \\ v=-5\ m/s \\ x=vt+x_0 \\ x=-5t+10 \end{cases}$

* بجز یادتون نرفته که در نمودار سرعت - زمان حرکت یکنواخت همیشه موازی محور زمان رسم میشود

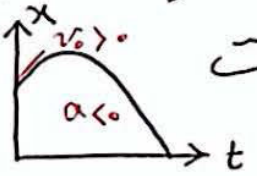


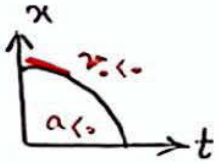
سؤال ترم‌های پایان فصل

سرعت اولیه در جهت محور x یعنی باید v_0 مثبت باشد پس باید شیب $x-t$ مثبت باشد یعنی نمودار در شروع حرکت صعودی باشد (فقط در نمودار الف این ویژگی وجود دارد)

شتاب برخلاف جهت محور x یعنی a منفی باشد پس اگر نمودار $x-t$ به صورت سهمی $\cap$ باشد شتاب منفی است

پس الف گزینه صحیح است



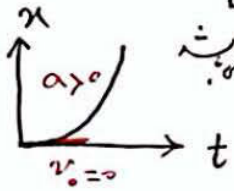


نمودار (ب) $v_0<0$ و $a<0$ پس یکی از شرط‌ها که v_0 را ندارد

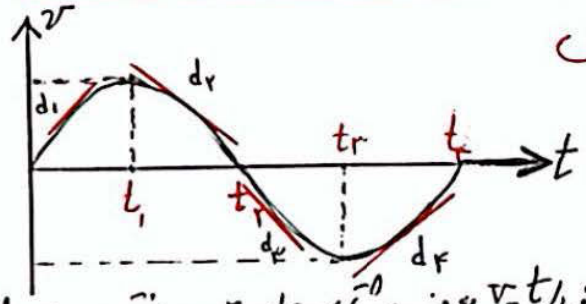
نمودار (پ) مربوط به حرکت یکنواخت است که $a=0$ و نیز شیب نمودار که در سراسر خط ثابت است یعنی سرعت ثابت و نیز شیب منفی پس سرعت منفی است



نمودار (ت) $v_0=0$ (شیب جایی در لحظه صفر صفر است) و نیز $a>0$ چون شیب



سؤال ترم‌های پایان فصل



* در بازه زمانی صفر تا t_1 و t_3 تا t_4 شیب خط d_1 و d_3 مثبت است و چون شیب خط بر نمودار $v-t$ عرف شتاب است در نتیجه بردار شتاب در جهت محور x هاست

* در بازه زمانی t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 شیب d_2 و d_3 بر نمودار $v-t$ منفی است لذا بردار شتاب در خلاف جهت محور x هاست

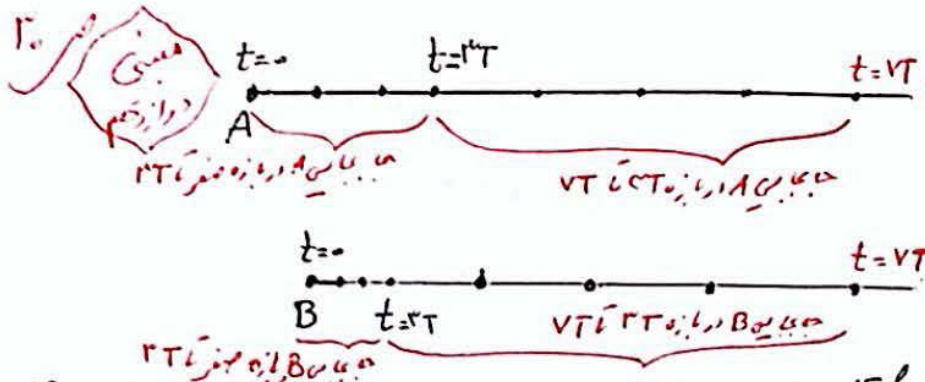
خوبه که نوع حرکت متحرک در بازه‌های فوق را نیز بدونی !!

$0 \to t_1$ $\quad v>0, a>0 \Rightarrow$ حرکت تندشونده

$t_1 \to t_2$ $\quad v>0, a<0 \Rightarrow$ حرکت کندشونده

$t_2 \to t_3$ $\quad v<0, a<0 \Rightarrow$ حرکت تندشونده

$t_3 \to t_4$ $\quad v<0, a>0 \Rightarrow$ حرکت کندشونده



سوال ۱۱ تمرینهای پایان فصل

الف) سرعت اولیه خودروی A شتابدار است زیرا در بازه زمانی برابر جابجایی شتابداری را متحرک A طی کرده است

$$\Delta x_{A_{(0\to 2T)}} > \Delta x_{B_{(0\to 2T)}} \xrightarrow{\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2} v_A \Delta t > v_B \Delta t \to v_A > v_B$$

ب) سرعت نهایی خودروی B شتابدار است

$$\Delta x_{B_{(2T\to 3T)}} > \Delta x_{A_{(2T\to 3T)}}$$

$$\frac{(v_{2T}+v_{3T})_B}{2}\times\Delta t > \frac{(v_{2T}+v_{3T})_A}{2}\times\Delta t \xrightarrow{\text{از قسمت الف می‌دانیم } v_{2T(A)} > v_{2T(B)}} v_{3T(B)} > v_{3T(A)}$$

Δt مدت زمان حرکت $VT-2T$

سرعت نهایی خودروی B — سرعت نهایی خودروی A

پ) شتاب خودروی B شتابدار از شتاب خودروی A است

تغییرات سرعت متحرک B در بازه 0 تا $2T$ شتابدار از تغییرات سرعت متحرک A در این بازه زمانی است

* برای قسمت (پ) دو دلیل شتابدار توضیح دهیم:

متحرک B هم سرعت اولیه‌اش در $t=2T$ کمتر از متحرک A است و هم سرعت نهایی‌اش در $t=3T$ شتابدار از متحرک A است. این دو عامل همان تغییرات سرعت شتابدار متحرک B نسبت به A

سوال ۱۲ تمرینهای پایان فصل:

الف)
$$\begin{cases} x_1 = 10m & v_1 = 4 m/s \\ x_2 = 19m & v_2 = 18 km/h = 5 m/s \end{cases}$$

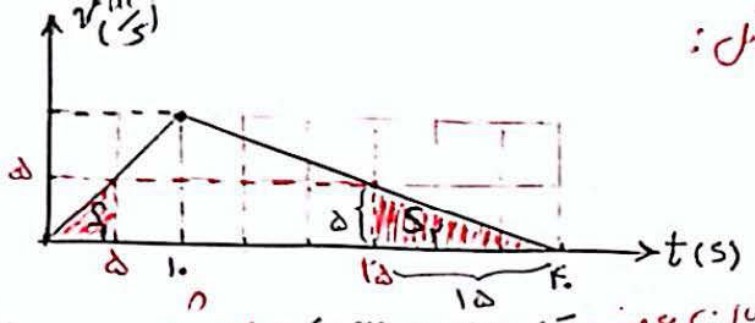
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \to 5^2 - 4^2 = 2a(19-10)$$

$$a = 0.5 \ m/s^2$$

ب) $v_2 = at + v_1$

$$5 = 0.5 \times t + 4 \to t = 2s$$

سؤال ۱۸ تمرین‌های پایان فصل:



* سطح زیر نمودار سرعت-زمان معرف مقدار جابجایی (Δx) می‌باشد

S_1 = مساحت مثلث

$$v_{av(0\to5)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{5\times5}{2}}{5} = 2{,}5\ m/s$$

S_2 = مساحت مثلث

$$v_{av(15\to40)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{15\times5}{2}}{15} = 2{,}5\ m/s$$

$$\frac{v_{av(0\to5)}}{v_{av(25\to40)}} = \frac{2{,}5}{2{,}5} = 1$$

سؤال ۱۹ تمرین‌های پایان فصل: * سه‌راهی

الف)
$$\begin{cases} t_0=0 & x_0=0 \\ t=4s & x=6m \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6-0}{3-0} = 2\ \frac{m}{s}$$

ب) از روی نمودار $x-t$ می‌توان گفت متحرک در چه لحظاتی تغییر جهت حرکت داده؟ جواب: در $t=1s$ سرعت صفر شده (چون شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه مساوی صفر است) پس متحرک تغییر جهت حرکت داده

t_0 = زمانی که نمودار را رسم کرده‌ایم

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

از روی نمودا x و t (نقاط نمودار) باید جای گذاری شوند

$$\begin{cases} t=1s \\ x=-2m \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} x=\frac{1}{2}at+v_0t+0 \quad -2=\frac{1}{2}a\times(1)^2+v_0\times1\times2 \xrightarrow{\text{ضرب در ۲ و ساده کردن معادلات}} 2v_0+a=-4 \ (*)$$

حل دستگاه ۲ از دو معادله *

$$\begin{cases} t=2s \\ x=0 \end{cases} \longrightarrow 0=\frac{1}{2}a\times(2)^2+v_0\times2 \longrightarrow 2v_0+2a=0 \ (*)$$

$$\begin{cases} 2v_0+a=-4 \\ 2v_0+2a=0 \end{cases} \xrightarrow{-} -a=-4$$

$a = 4\ m/s^2$ ← جایگذاری در یکی از معادله‌ها * مقدار v_0 بدست می‌آید

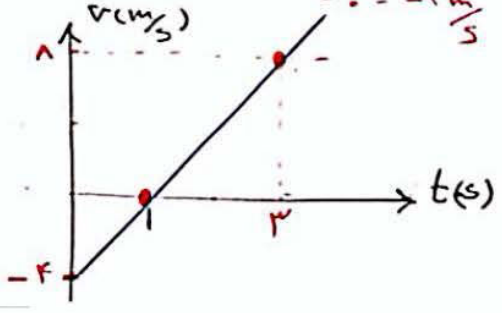
$2v_0+2\times4=0$

$2v_0=-8 \rightarrow v_0=-4\ m/s$

حالا نوشتن معادله مکان-زمان متحرک

$$x=\frac{1}{2}\times4t^2+(-4)t+0 \rightarrow x=2t^2-4t$$

ب)
$$v=at+v_0 \xrightarrow[v_0=-4\,m/s]{a=4\,m/s^2} v=4t-4 \xrightarrow{t=3s} v=4\times3-4=8\ m/s$$



ت) * اگر نوع حرکت متحرک را از لحظه صفر خواست:

t	v
۰	-۴
۱	۰
۴	۸

$a>0, v<0$ ⇐ حرکت کندشونده $0\to1s$

$a>0, v>0$ ⇐ حرکت تندشونده $1\to3s$

$v=4t-4$

$0=4t-4$

$4t=4 \rightarrow t=1s$

سؤال ۲۱ تمرینهای پایان فصل * خیلی سؤال مهمی است.

الف) شرط به هم رسیدن خودرو و کامیون این است که هم مکان شوند پس در درجه اول باید

$x_{\text{خودرو}} = x_{\text{کامیون}}$ معادله مکان - زمان دو متحرک را بنویسیم

خودرو ساکن چراغ قرمز است یعنی $v_0 = 0$

حرکت خودرو شتاب‌دار با شتاب ثابت است

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

$a = 2\frac{m}{s^2}$

$x = \frac{1}{2}\times 2 t^2 + 0\times t + x_0$

$x_{\text{خودرو}} = t^2 + x_0$

x_0 برای خودرو و کامیون یکی است و هر عدد دلخواهی می‌گذارید یا قرار دادن $x_{\text{کامیون}} = x_{\text{خودرو}}$ از طرفین ساده می‌شوند

حرکت کامیون با سرعت ثابت است

$x = vt + x_0$

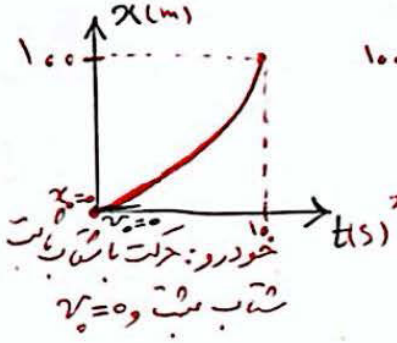
$x_{\text{کامیون}} = 10t + x_0$

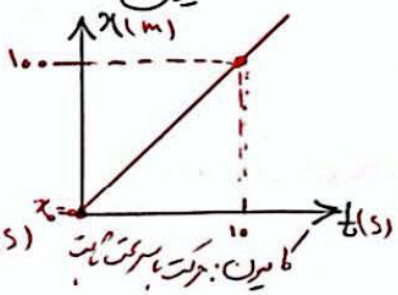
$t^2 + x_0 = 10t + x_0$

$t = 10\,s$

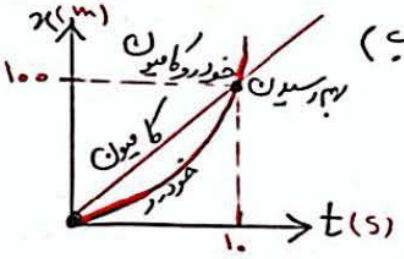
اگر x_0 برای صفر فرض شود یعنی خودرو و کامیون هر دو از مبدأ مکان حرکت را شروع کنند.

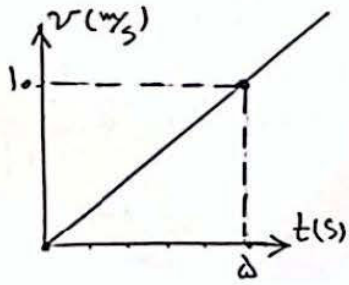
$x_{\text{خودرو}} = 10^2 = 100\,m$ و $x_{\text{کامیون}} = 10\times 10 = 100\,m$

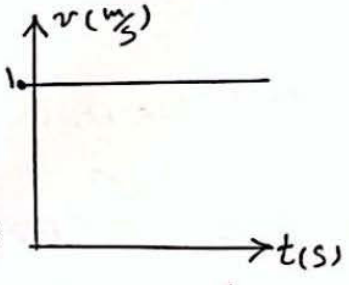




ب)

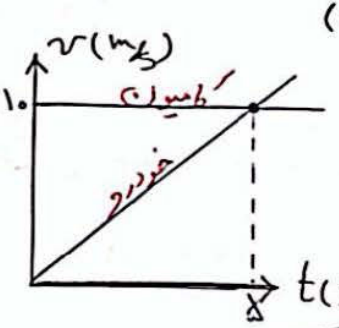






سرعت کامیون در تمام لحظه‌ها ثابت $10\,m/s$ می‌باشد.

ب)



معادله سرعت - زمان خودرو

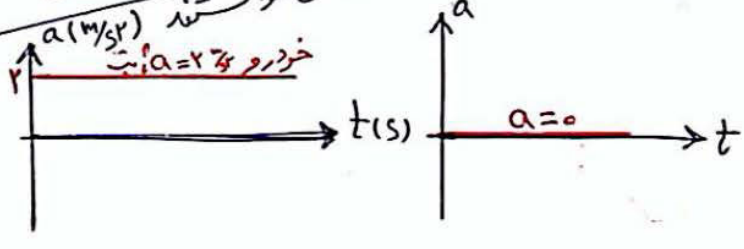
$v = at + v_0$

صفر

$v = 2t$

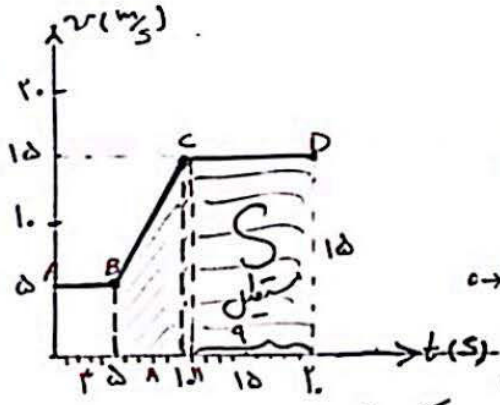
t	v
0	0
5	10

اگر در مسأله نمودار $a-t$ دو متحرک را می‌خواستند



مبنی دوازدهم

سؤال ۲۲ تمرین‌های پایان فصل



الف)

محاسبه شتاب در $t=۳s$ مستلزم دانستن شتاب در بازه صفر تا ۵s می‌باشد.

$$۰\to۵s: a_{AB}=\frac{v_B-v_A}{t_B-t_A}=\frac{۵-۵}{۵-۰}=۰$$

شتاب در بازه زمانی $۰\to۵$ صفر است لذا شتاب در لحظه $t=۳s$ نیز صفر می‌باشد. (در واقع در این بازه حرکت یکنواخت است.

محاسبه شتاب در $t=۸s$ مستلزم محاسبه:

$$۵\to۱۰s\ a_{BC}=\frac{v_C-v_B}{t_C-t_B}=\frac{۱۵-۵}{۱۰-۵}=\frac{۱۰}{۵}=۲\frac{m}{s^۲}$$

شتاب در بازه زمانی ۵ تا ۱۰ ثانیه می‌باشد و چون در این بازه حرکت با شتاب ثابت است لذا شتاب متوسط در این بازه با شتاب در تک تک لحظه‌ها برابر است پس شتاب در $t=۸s$ برابر $۲\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد

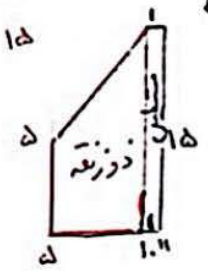
شتاب در لحظه‌های $t=۱۱s$ و $t=۱۵s$ مربوط به شتاب از ۱۰ تا ۲۰ ثانیه می‌باشد (شاخه CD) ← حرکت با سرعت ثابت

$$a_{CD}=\frac{v_D-v_C}{t_D-t_C}=\frac{۱۵-۱۵}{۲۰-۱۰}=۰ \to a_{t=11s}=۰\ ,\ a_{t=15s}=۰$$

ب)

$$\begin{cases} t=۰ & v_A=۵\frac{m}{s} \\ t=۲۰s & v_D=۱۵\frac{m}{s} \end{cases} \to a_{AD}=\frac{v_D-v_A}{t_D-t_A}=\frac{۱۵-۵}{۲۰-۰}=\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$$

پ) * ببار دوم: مساحت زیر نمودار سرعت-زمان معرف مقدار جابجایی است



$$\Delta x_{۵\to۱۱s}=S_{\substack{۵\to۱۰\\ \text{ذوزنقه}}}+S_{\substack{۱۰\to۱۱\\ \text{مستطیل}}}=\frac{(۵+۱۵)\times۵}{۲}+(۱\times۱۵)=۵۰+۱۵=۶۵m$$

$$\Delta x_{۱۱\to۲۰s}=S_{\text{مستطیل و مثلث بالای صفر}}=۹\times۱۵=۱۳۵m$$

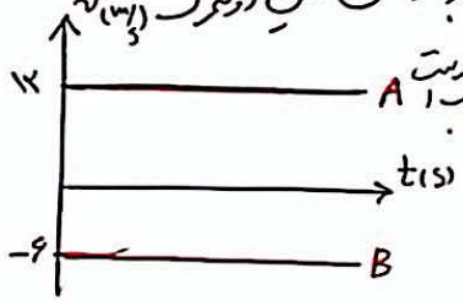
ت)

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۶۵}{۱۱-۵}=۱۰/۸\frac{m}{s} \quad (۵\to۱۱s)$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۳۵}{\frac{۲۰-۱۱}{۹}}=۱۵\frac{m}{s} \quad (۱۱\to۲۰)$$

۱۴

مسأله اضافه: نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که هر دو بر روی محور x حرکت می‌کنند مطابق شکل است. این دو متحرک در لحظه $t=1s$ به هم می‌رسند. در مبدأ زمان این دو متحرک چه فاصله‌ای از هم داشته‌اند؟



* چون نمودار $v-t$ هر دو متحرک موازی محور زمان است پس حرکت با سرعت ثابت است.

$$x = vt + x_0 \begin{cases} x_A = 12t + x_{0A} \\ x_B = -2t + x_{0B} \end{cases}$$

شرط رسیدن دو متحرک به هم: $x_A = x_B \rightarrow 12t + x_{0A} = -2t + x_{0B} \rightarrow x_{0B} - x_{0A} = 14t \xrightarrow[\text{به هم می‌رسند}]{t=1s}$

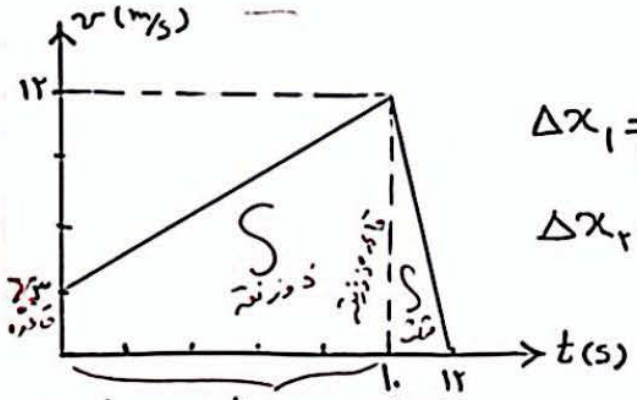
$x_{0B} - x_{0A} = 14 \times 1 = 14m$ یعنی در مبدأ زمان دو متحرک ۱۴ متر از هم فاصله داشته‌اند

لحظه شروع حرکت

تمرین ۱-۱۰ صفحه ۲۱ در بازه زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه سرعت متحرک مثبت است و آهنگ در کل بازه زمانی در یک جهت حرکت کرده و جهت حرکت خود را عوض نکرده است پس مسافت پیموده شده با اندازه جابجایی برابر است

الف) و ب) پاسخ یکی است

مساحت زیر نمودار $v-t$ معرف اندازه جابجایی است

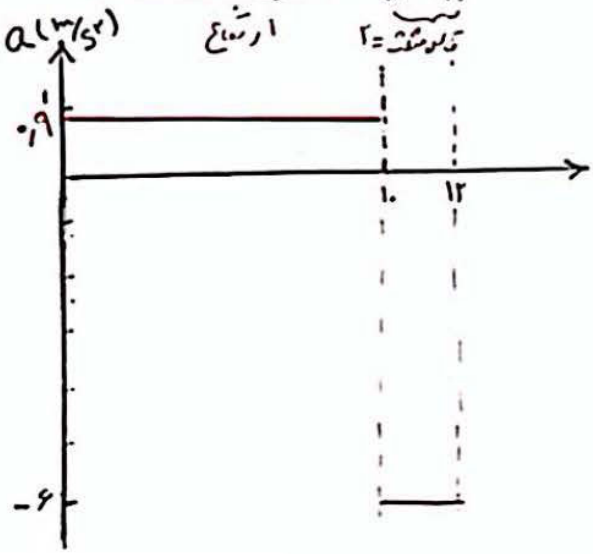


$$\Delta x_1 = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{(3+12)\times 10}{2} = 75m$$

$$\Delta x_2 = S_{\text{مثلث}} = \frac{12\times 2}{2} = 12m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 75 + 12 = 87m$$

جابجایی کل = مسافت کل پیموده شده $= 87^m$



$$\begin{cases} t_1 = 0 & v_1 = 3m/s \\ t_2 = 10s & v_2 = 12m/s \end{cases} \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{12-3}{10-0} = \frac{9}{10}\ m/s^2$$

$$\begin{cases} t_1 = 10s & v_1 = 12m/s \\ t_2 = 12s & v_2 = 0 \end{cases} \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0-12}{12-10} = -6\ m/s^2$$

از خود ک بپرس: نوع حرکت $0 \rightarrow 10^s$ و $10^s \rightarrow 12^s$

اولاً در هر دو بازه حرکت با شتاب ثابت است

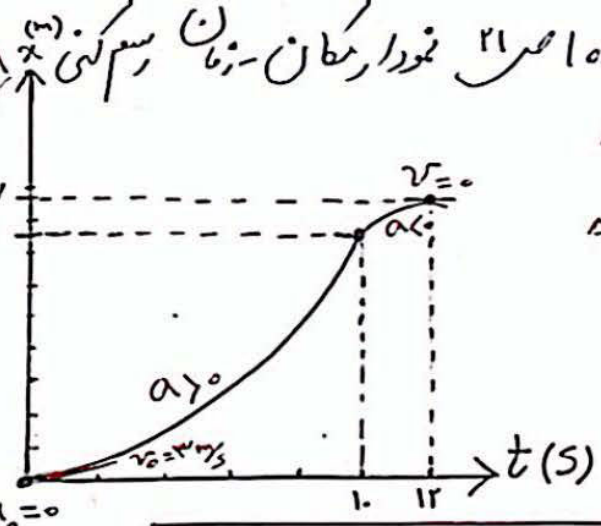
$0 \rightarrow 10s$ $a>0$ و $v>0$ تند شونده

$10 \rightarrow 12s$ $a<0$ و $v>0$ کند شونده

دوست داری برای تمرین ۱-۱۰ صفحه ۲۱ نمودار مکان-زمان رسم کنی (مبنی دوازدهم ۴۵)

$\Delta x = x_{1.5} - x_0 \rightarrow 75 = x_{10} - 0 \rightarrow x_{1.5} = 75$

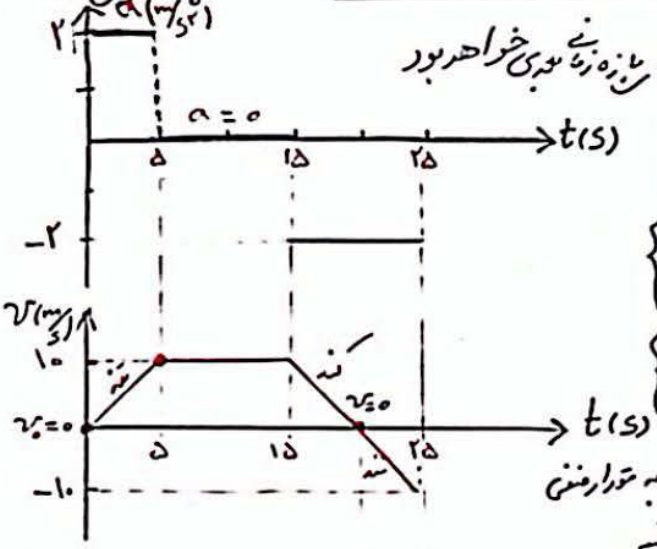
$\Delta x = x_{12.5} - x_{1.5} \rightarrow 12 = x_{12.5} - 75 \rightarrow x_{12.5} = 87$



فرض میشود $x_0 = 0$

تمرین ۱-۱۱ صفحه ۲۱ الف)

رسم نمودار $v-t$: چون v نهایی هر بازه زمانی در واقع v_0 برای بازه زمانی بعدی خواهد بود



$0 \rightarrow 5^s \begin{cases} a = 2 m/s^2 \\ v_0 = 0 \end{cases} \quad v = at + v_0 = 2 \times 5 + 0 = 10 m/s$

$5 \rightarrow 15^s : a = 0 \Rightarrow$ حرکت با سرعت ثابت $\Rightarrow$ نمودار سرعت-زمان با سرعت ثابت یعنی موازی محور زمان رسم میشود

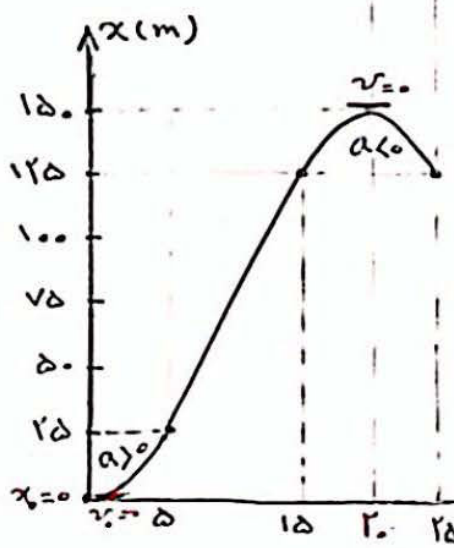
$15 \rightarrow 25^s \begin{cases} a = -2 m/s^2 \\ v_0 = 10 \end{cases} \quad v = at + v_0 = -2 \times 10 + 10 = -10 m/s$

اما چون دقت کنید وقتی از ۱۵ تا 25^s سرعت از مقدار مثبت به مقدار منفی می رسد پس باید لحظه‌ای را که سرعت صفر میشود نیز محاسبه کنیم

$v = at + v_0$

یعنی 5^s بعد از لحظه 15^s سرعت صفر میشود $\rightarrow 0 = -2t + 10 \rightarrow t = 5s$

رسم نمودار $x-t$: $\Delta x = v_{av} \Delta t = \left(\frac{v + v_0}{2}\right) \times \Delta t$



$0 \rightarrow 5^s : x = \frac{0+10}{2} \times 5 + 0 = 25 m$

$5 \rightarrow 15 s$: حرکت یکنواخت $: x = v_0 t + x_0 = 10 \times 10 + 25 = 125 m$

$15 \rightarrow 20 s : x = \left(\frac{10+0}{2}\right) \times 5 + 125 = 150 m$

$20 \rightarrow 25 s : x = \left(\frac{-10+0}{2}\right) \times 5 + 150 = 125 m$

* چون قبلاً هم گفتیم x نهایی هر بازه زمانی در واقع x_0 برای بازه زمانی بعدی خواهد بود

ب) $0 \rightarrow 5 s$: $a > 0$ و $v > 0$ حرکت تند شونده

$5 \rightarrow 15 s$ حرکت با سرعت ثابت

$15 \rightarrow 20 s$: $a < 0$ و $v > 0$ حرکت کند شونده

$20 \rightarrow 25 s$: $a < 0$ و $v < 0$ حرکت تند شونده

ادامه حل تمرین ۱-۱۱ صفحه ۲۱

ب) $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{-10 - 0}{25} = -0.4 \frac{m}{s^2}$

پ) $\Delta x = x_{\text{نهایی}} - x_{\text{اولیه}} = 125 - 0 = 125 m$

البته قسمت پ) روش دیگری از جمع زیر نمودار $v-t$ در هر بازه زمانی Δx را محاسبه کنی سپس همه را جمع کنی تا جابجایی کل به دست بیاد

$\Delta x_1 = S_{\substack{\text{مثلث} \\ 0 \to 5s}} = 25 m$ ، $\Delta x_2 = S_{\substack{\text{مستطیل} \\ 5 \to 15s}} = 100 m$ ، $\Delta x_3 = S_{\substack{\text{مثلث} \\ 15 \to 20}} = 25^m$

$|\Delta x_4| = S_{\substack{\text{مثلث} \\ 20 \to 25s}} = 25m \Rightarrow \Delta x_4 = -25m$ (چون سطح زیر نمودار منفی محور x است)

$\begin{cases} \Delta x_{\text{کل}} = 25 + 100 + 25 + (-25) \\ \Delta x_{\text{کل}} = 125 m \end{cases}$

حالا اگر از تو بپرسن مسافت پیموده شده کل چقدر است؟

$l_{\text{کل}} = 25 + 100 + 25 + 25 = 175 m$

در بازه ۲۰ تا ۲۵ جابجایی منفی است اما مسافت همیشه مثبت است

پرسش ۱-۷ صفحه ۳۱

(الف) در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند

(ب) در جهت منفی محور x تندی آن را افزایش می‌دهد

(پ)

با توجه به نمودار $a-t$ در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و نیز t_2 تا t_3 شتاب صفر است و شتاب هر سه نمودار الف-ب-پ در بازه‌های نام‌برده که نمودار $v-t$ موازی محور زمان است شتاب صفر می‌باشد از طرفی در بازه t_1 تا t_2 شتاب منفی است که در هر سه نمودار الف-ب-پ شیب نمودار $v-t$ در بازه نام‌برده منفی است پس شتاب نمودار $v-t$ در علامت سرعت است که در شکل علامت‌گذاری شده و با توجه به علامت vها جهت حرکت نیز تعیین می‌گردد